

Musterlösung zu Serie 2

1. a)

	E	N
w	$P(w \cap E) = 0.514 \cdot 0.409 = 0.210266$	$P(w \cap N) = 0.514 \cdot 0.591 = 0.303774$
m	$P(m \cap E) = 0.486 \cdot 0.578 = 0.280908$	$P(m \cap N) = 0.486 \cdot 0.422 = 0.205092$

b) $P(E) = P(w \cap E) + P(m \cap E) = 0.210266 + 0.280908 = 0.491134 \approx 0.491$.

$$P(w|E) = \frac{P(w \cap E)}{P(E)} = \frac{0.210266}{0.491134} \approx 0.428.$$

c) $P(m|E) = \frac{P(m \cap E)}{P(E)} = \frac{0.280908}{0.491134} \approx 0.572$.

$$P(N) = P(w \cap N) + P(m \cap N) = 0.303774 + 0.205092 = 0.508866 \approx 0.509.$$

$$P(w|N) = \frac{P(w \cap N)}{P(N)} = \frac{0.303774}{0.508866} \approx 0.597.$$

$$P(m|N) = \frac{P(m \cap N)}{P(N)} = \frac{0.205092}{0.508866} \approx 0.403.$$

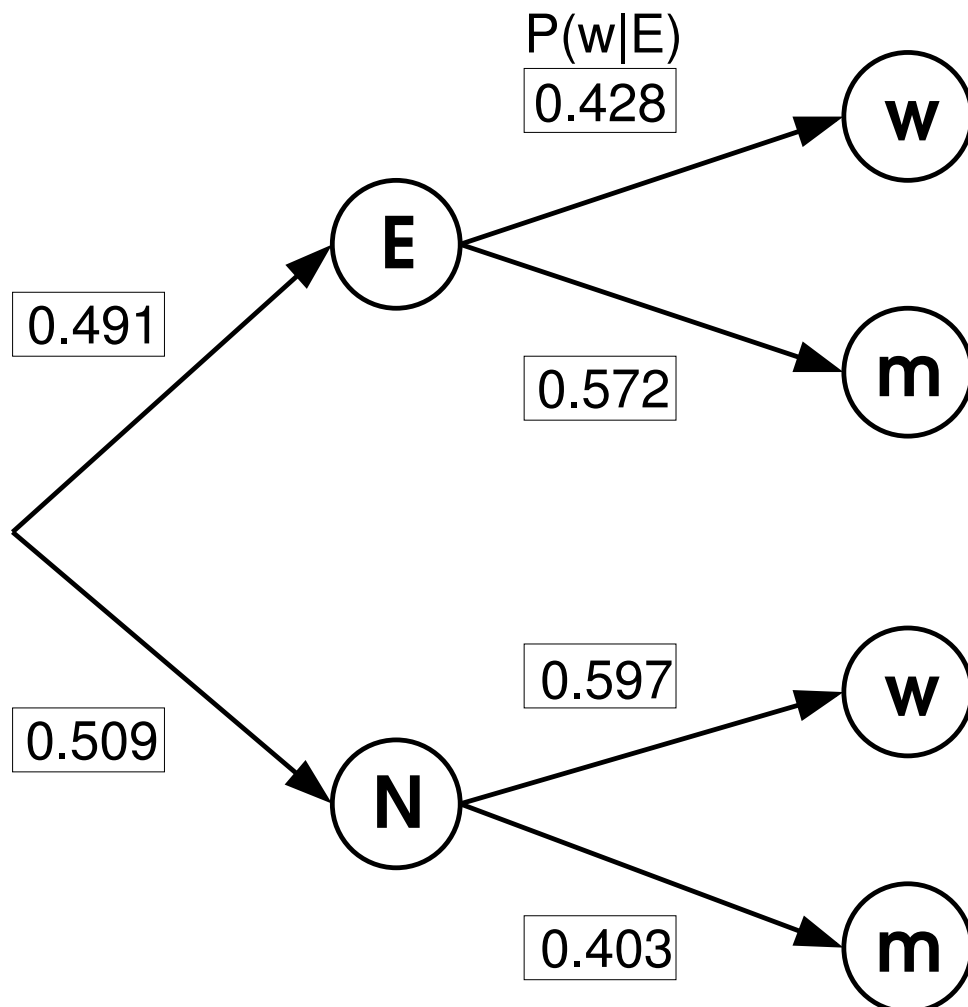


Figure 1: Wahrscheinlichkeitsbaum: Erwerbstätigkeit vor Geschlecht.

2. a) Als Grundraum wählen wir

$$\Omega = \left\{ (S_1, S_2, S_3, S_4) \mid S_i \in \{r, k\}, i = 1, \dots, 4 \right\}$$

Dann gilt für ein Elementarereignis ω :

$$\mathbb{P}[\omega = (s_1, s_2, s_3, s_4)] = \left(\frac{3}{4}\right)^{\#_r} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{\#_k},$$

wobei $\#_r = \#\{s_i \mid s_i = r, i = 1, \dots, 4\}$ die Anzahl runder Samen und $\#_k = \#\{s_i \mid s_i = k, i = 1, \dots, 4\}$ die Anzahl kantiger Samen ist. Beachten Sie, dass wir die einzelnen Wahrscheinlichkeiten nur deshalb zusammenzählen dürfen, weil die einzelnen Samen als unabhängig angenommen wurden.

b) $A_0 = \{(k, k, k, k)\}$
 $A_1 = \{(k, k, k, r), (k, k, r, k), (k, r, k, k), (r, k, k, k)\}$
 $A_2 = \{(k, k, r, r), (k, r, k, r), (k, r, r, k), (r, k, k, r), (r, k, r, k), (r, r, k, k)\}$
 $A_3 = \{(k, r, r, r), (r, k, r, r), (r, r, k, r), (r, r, r, k)\}$
 $A_4 = \{(r, r, r, r)\}$

Für die Wahrscheinlichkeiten gilt

$$\mathbb{P}[A_i] = \binom{4}{i} \left(\frac{3}{4}\right)^i \left(\frac{1}{4}\right)^{4-i},$$

also $\mathbb{P}[A_0] = \frac{1}{256}$, $\mathbb{P}[A_1] = \frac{3}{64}$, $\mathbb{P}[A_2] = \frac{27}{128}$, $\mathbb{P}[A_3] = \frac{27}{64}$ und $\mathbb{P}[A_4] = \frac{81}{256}$.