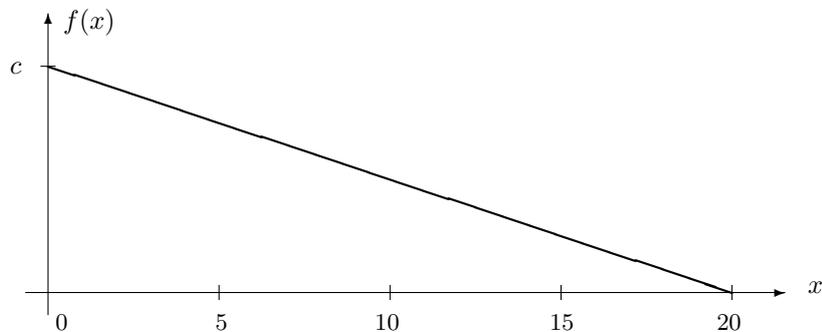


## Serie 8

1. In der Stadt Zürich gibt es bekanntlich viele Baustellen. Die Dauer  $X$  der Arbeiten bei einer Baustelle liege zwischen 0 und 20 Wochen. Die Dichte  $f(x)$  habe die folgende Form.



- a) Begründe, warum  $c = 0.1$  ist und schreibe die Dichte  $f(x)$  explizit auf.
- b) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass die Bauzeit  $X$  weniger als (i) 5, (ii) 10 Wochen beträgt.
- c) Skizziere die kumulative Verteilungsfunktion.
- d) Berechne den Erwartungswert, den Median und die Standardabweichung der Dauer  $X$ .
- e)  $K = 40'000 \cdot \sqrt{X}$  entspreche dem Betrag in Franken, den die Arbeiten bei einer Baustelle kosten. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Arbeiten bei einer Baustelle höchstens 120'000.– Fr. kosten?

Die vorgeschlagene Verteilung ist nur ein Modell. Man könnte die Dauer der Bauarbeiten zum Beispiel auch als exponential-verteilt annehmen.

- f) Für welchen Parameter  $\lambda$  hat die Exponentialverteilung denselben Erwartungswert wie die bisherig angenommene Verteilung?
  - g) Berechne mit der gefundenen Exponentialverteilung nochmals Teilaufgabe e).
2. Aufgrund langjähriger Untersuchungen ist bekannt, dass der Bleigehalt  $X$  in einer Bodenprobe annähernd normalverteilt ist. Ausserdem weiss man, dass der Erwartungswert 32 ppb beträgt und dass die Standardabweichung 6 ppb beträgt.
- a) Mache eine Skizze der Dichte von  $X$  und zeichne die Wahrscheinlichkeit, dass eine Bodenprobe zwischen 26 und 38 ppb Blei enthält, in die Skizze ein.
  - b) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Bodenprobe höchstens 40 ppb Schwermetall enthält?  
Hinweis: Gehe zur standardisierten Zufallsvariablen  $Z$  über und benutze die Tabelle der Standardnormalverteilung (z.B. auf der Website).
  - c) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Bodenprobe höchstens 27 ppb Schwermetall enthält?
  - d) Welcher Bleigehalt wird mit einer Wahrscheinlichkeit von 97.5% unterschritten? Das heisst, bestimme dasjenige  $c$ , so dass die Wahrscheinlichkeit, dass der Bleigehalt kleiner oder gleich  $c$  ist, genau 97.5% beträgt.
  - e) Welcher Bleigehalt wird mit einer Wahrscheinlichkeit von 10% unterschritten?
  - f) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, die in Aufgabe a) eingezeichnet wurde?

3. In einer Studie wurde untersucht, wie bei Mäusen die Aufnahme von Eisen ( $\text{Fe}^{3+}$ ) von der Dosis abhängt. Dazu wurden 54 Mäuse zufällig in 3 Gruppen zu je 18 Mäusen eingeteilt und jeweils mit Dosis hoch, mittel und tief gefüttert (hoch = 10.2 millimolar, mittel=1.2 millimolar, tief=0.3 millimolar). Mittels radioaktiver Markierung wurde der Anteil des zurückgehaltenen Eisens in Prozent nach einer gewissen Zeit bestimmt.

Die Daten können Sie einlesen mit dem Befehl

```
iron <- read.table("http://stat.ethz.ch/Teaching/Datasets/ironF3.dat",
                  header = TRUE)
```

- a) Erstellen Sie für jede der 3 Versuchsbedingungen einen Boxplot, am Besten gerade nebeneinander. Wie unterscheiden sich die Daten der verschiedenen Versuchsbedingungen?
  - b) Transformieren Sie alle Werte mit dem Logarithmus und erstellen Sie wieder die 3 Boxplots wie bei Aufgabe a). Was hat sich durch die Transformation geändert?
  - c) Erstellen Sie einen Normalplot der Daten bei mittlerer Dosis vor und nach dem Logarithmieren. Wann passt die Normalverteilung besser? Verwenden Sie die R-Funktion `qqnorm`.
4. (Diese war eine Prüfungsaufgabe im Herbstsemester 2010.) Das Gastroberatungsunternehmen Lecker und Co. kreiert eine neue Speisekarte für ein Schnellrestaurant. Lecker und Co. nimmt auf Grund langjähriger Erfahrung an, dass etwa (unabhängig von der Anzahl der Kunden) 80% der Kunden des Schnellrestaurants die neue Speisekarte bevorzugen werden.

- a) Am Einführungstag speisen 356 Kunden im Restaurant. Wie gross ist unter obiger Annahme der Erwartungswert für die Anzahl der Kunden, welche die neue Speisekarte bevorzugen?

Lecker und Co. führt bei den 356 Kunden eine kurze Befragung durch. 261 Kunden geben dabei an, dass sie die neue Karte bevorzugen. Der Rest findet die alte Karte mindestens genauso gut wie die neue Karte.

- b) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit unter der Annahme von Lecker und Co., dass keiner der ersten vier befragten Kunde die neue Karte bevorzugt, der fünfte Kunde jedoch die neue Karte bevorzugt? Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass drei der ersten vier befragten Kunden die neue Karte bevorzugen?
- c) Wie gross ist unter der Annahme von Lecker und Co. die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens 261 Kunden die neue Karte bevorzugen? Benutzen Sie die Normalapproximation.
- d) Lecker und Co. hat nun starke Zweifel, dass wirklich 80% der Kunden die neue Karte bevorzugen. Lecker und Co. will deshalb die Annahme mit Hilfe der Befragung kritisch überprüfen. Führen Sie den entsprechenden (zweiseitigen) Test durch. Verwenden Sie die Normalapproximation.

**Besprechung:** Mittwoch, 16. April.

**Abgabe:** Die Übung kann auf freiwilliger Basis abgegeben werden - Bitte markieren Sie die Aufgaben, die korrigiert werden sollen.