

Serie 6

1. Wir betrachten nochmals das Beispiel “Qualitätskontrolle von Reagenzgläsern”. Man nimmt jeweils eine Stichprobe von 50 Gläsern und zählt die Anzahl minderwertiger Exemplare (X). Das Testproblem bestand im Testen der Nullhypothese $H_0 : \pi = 0.1$ gegen die Alternative $H_A : \pi < 0.1$. Auf dem 5%-Niveau resultierte ein Verwerfungsbereich von $K = \{X \leq 1\}$.
 - a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der Test verwirft, wenn in Tat und Wahrheit $\pi = 0.075$ gilt. Dies heisst die Macht des Tests unter der Alternative $\pi = 0.075$. Verwenden Sie hierzu die R-Funktion `pbinom`.
Hinweise:
`pbinom(q, size, prob)` ist die kumulative Verteilungsfunktion einer Binomialverteilung an der Stelle `q`. Das Argument `size` ist die Stichprobengrösse und das Argument `prob` die Erfolgswahrscheinlichkeit.
 - b) Angenommen man nimmt nun Stichproben der Grösse $n = 150$. Bestimmen Sie zuerst den Verwerfungsbereich und anschliessend die Macht wie oben.
Hinweise:
Mit `pbinom(0:50, size = ..., prob = ...)` können Sie die Verteilungsfunktion unter der Nullhypothese an den Stellen $0, \dots, 50$ auswerten. Bestimmen Sie dann daraus den Verwerfungsbereich.

2. In einer medizinischen Pilotstudie sprachen 5 von 16 Patienten auf eine *neue* Behandlung an. Die Ansprechwahrscheinlichkeit auf die *Standardbehandlung* wird mit 15% angegeben. Ist die neue Behandlung der Standardbehandlung überlegen?
 - a) Formulieren Sie die Null- und die Alternativhypothese und führen Sie den Test auf dem 5%-Niveau durch mit Hilfe der R-Funktionen `pbinom` oder `dbinom`.
 - b) Bei welchem Wert des Signifikanzniveaus wechselt der Testentscheid von “Beibehalten” zu “Verwerfen”?
 - c) Betrachten Sie den Test von Aufgabe a). Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Nullhypothese verworfen wird, wenn die Ansprechwahrscheinlichkeit auf die neue Behandlung 30% ist? Verwenden Sie wieder die Funktionen `pbinom` bzw. `dbinom`.

3. (Diese war eine Prüfungsaufgabe im Sommersemester 2010.) Die low-cost Fluggesellschaft ‘Air-Patatrack’ verkauft (wie auch viele andere Fluggesellschaften) mehr Flugtickets pro Flug als Sitze im betreffenden Flugzeug vorhanden sind (so genanntes ‘overbooking’). Grund für dieses Vorgehen ist, dass Kunden oft kurzfristig auf die Reise verzichten. Air-Patatrack schätzt, dass 90% der gebuchten Tickets benutzt werden.
 - a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass von vier Personen, genau eine die Reise nicht antritt?
Für den Flug Zürich-Agno benutzt die Gesellschaft ein ‘Beechcraft C12-J’ mit 26 Passagierplätzen. Für den nächsten Flug sind 28 Plätze gebucht.
 - b) Welche Verteilung besitzt die Anzahl der Personen, die den Flug antreten möchten? Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz dieser Verteilung.
 - c) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass nicht alle Passagiere Platz im Flugzeug finden?
Für die Flüge Zürich-Johannesburg benutzt die Air-Patatrack einen Airbus A380 mit 853 Sitzplätze. Für solche Flüge werden 890 Tickets verkauft. Von 890 Personen, die den Flug am 05.08 reserviert haben, sind nur 875 am Flughafen erschienen. Ist die Annahme, dass 90% der gebuchten Tickets benutzt werden angesichts dieser Daten plausibel?

d) Führen Sie einen zweiseitigen Test auf dem 5% Niveau durch. Geben Sie die Null- und die Alternativhypothese, die Teststatistik sowie den Testentscheid an. (Benutzen Sie die Normalapproximation).

4. An einer Losbude kaufen Sie 50 Lose. Unter den Losen sind 7 Gewinne.

- a) Was ist ein approximatives 95% Vertrauensintervall (verwende die Normalapproximation) für die Gewinnwahrscheinlichkeit?
- b) Lesen Sie die Hilfe der Funktion `binom.test` und berechnen Sie damit das 95%-Vertrauensintervall.
- c) Überlegen Sie sich, weshalb sich die Vertrauensintervalle aus a) und b) unterscheiden.

Besprechung: Donnerstag, 24. Oktober.

Abgabe: Die Übung kann auf freiwilliger Basis abgegeben werden - Bitte markieren Sie die Aufgaben, die korrigiert werden sollen.