

Dieses Quiz soll Ihnen helfen, Kapitel 3.2.2 bis 3.3 besser zu verstehen.

---

**Frage 1**

*Wiederholung:* Betrachte einen Binomialtest mit  $n = 15$  Versuchen und  $H_0 : \pi = 0.5$ ,  $H_A : \pi > 0.5$  mit Signifikanzniveau 5%. Wir finden als Verwerfungsbereich  $K = \{11, 12, 13, 14, 15\}$ . Angenommen, in Wahrheit ist die Erfolgswahrscheinlichkeit  $\pi = 0.8$ . Wie gross ist die Macht des Tests, d.h., wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Test die Nullhypothese verwirft? (Im Folgenden sei  $X \sim \text{Bin}(15, 0.5)$  und  $Y \sim \text{Bin}(15, 0.8)$ .)

✓   $P(Y \geq 11)$

Richtig!

$P(Y < 11)$

Leider nicht.

$P(X \geq 11)$

Leider nicht.

$P(X < 11)$

Leider nicht.

Bei einem Binomialtest entspricht die Teststatistik gerade der Anzahl Erfolge. Wenn in Wahrheit  $\pi = 0.8$  gilt, ist die Verteilung der Teststatistik also  $\text{Bin}(15, 0.8)$ . Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Wert aus dieser Verteilung in den Verwerfungsbereich  $K = \{11, \dots, 15\}$  fällt (und damit die Nullhypothese verworfen wird) ist somit  $P(Y \geq 11)$ . Diese Grösse ist per Definition die Macht des Binomialtests.

**Frage 2**

Die Macht eines Tests für eine gewissen Alternativhypothese und Signifikanzniveau 5% ist 0.8. Wie gross ist der Fehler zweiter Art?

- 0.05  
Leider nicht.
- 0.8  
Leider nicht.
- ✓  0.2  
Richtig!
- Keine Aussage Möglich!  
Leider nicht.

Per Definition gilt:  $\text{Macht} = 1 - \text{Fehler 2. Art}$ . Wenn die Macht 0.8 ist, ist der Fehler zweiter Art also  $1 - 0.8 = 0.2$ .

### Frage 3

Bei einem Binomialtest mit einer gewissen Alternativhypothese und Signifikanzniveau  $\alpha$  ist die Macht 0.78. Was passiert mit der Macht, wenn man genau den gleichen Test auf dem Signifikanzniveau  $\frac{\alpha}{2}$  durchführt?

- Die Macht nimmt tendenziell zu.  
Leider nicht.
- ✓  Die Macht nimmt tendenziell ab.  
Richtig.
- Die Macht bleibt in jedem Fall gleich.  
Leider nicht.
- Es ist keine Aussage möglich.  
Leider nicht.

Wenn man das Signifikanzniveau verkleinert, verkleinert sich auch der Verwerfungsbereich. Wenn man den Verwerfungsbereich kleiner macht, ist auch die Wahrscheinlichkeit kleiner, dass man eine Beobachtung in diesem Bereich macht. Die Macht ist gerade die Wahrscheinlichkeit, dass eine Beobachtung in den Verwerfungsbereich fällt, wenn die Nullhypothese nicht richtig ist (z.B.  $H_0 : \pi = 0.5$ ,  $H_A : \pi > 0.5$  und in Wahrheit ist  $\pi = 0.8$ ). Daher nimmt die Macht ab. Bei diskreten Verteilungen könnte sie unter Umständen auch mal gleich bleiben; das sind aber nur Ausnahmen. Die allgemeine Regel ist: Wird das Signifikanzniveau kleiner, dann wird auch die Macht kleiner.

#### Frage 4

Der p-Wert eines Binomialtests ist 0.007. Ist das Ergebnis damit für die Wissenschaft automatisch wertvoll?

Ja

Leider nicht.

✓  Nicht unbedingt.

Richtig!

Ein signifikanter Test gibt an, dass mit grosser Wahrscheinlichkeit eine Abweichung von der Nullhypothese gefunden wurde. Wie gross diese Abweichung ist, wird dabei aber nicht mitgeteilt. Es könnte also sein, dass die gefundene Abweichung so klein ist, dass sie in der Praxis überhaupt keine Rolle spielt. Das Ergebnis ist dann zwar signifikant, aber für die Praxis irrelevant. Ein Vertrauensintervall hat den Vorteil, dass es sowohl angibt, ob ein Parameterwert verworfen werden kann *und* wie gross der wahre Parameter wohl etwa sein wird. Mit einem Vertrauensintervall kann man also sowohl Signifikanz also auch Relevanz überprüfen, mit dem p-Wert nur Signifikanz. Wenn man nur genügend viele Beobachtungen sammelt, kann man ein Ergebnis oft signifikant machen und dabei vergessen zu prüfen, ob das Ergebnis überhaupt relevant ist.

### Frage 5

Der p-Wert eines zweiseitigen Binomialtests mit  $H_0 : \pi = 0.5$  und  $H_A : \pi \neq 0.5$  ist 0.03. Kann man die Nullhypothese auf dem 5% Signifikanzniveau verwerfen? Und auf dem 1% Signifikanzniveau?

- Auf dem 1%-Niveau verwerfen und auf dem 5%-Niveau nicht verwerfen.

Leider nicht.

- Auf dem 1%-Niveau verwerfen und auf dem 5%-Niveau verwerfen.

Leider nicht.

- Auf dem 1%-Niveau nicht verwerfen und auf dem 5%-Niveau nicht verwerfen.

Leider nicht.

- ✓  Auf dem 1%-Niveau nicht verwerfen und auf dem 5%-Niveau verwerfen.

Richtig!

Der p-Wert ist das kleinste Signifikanzniveau, bei dem die Nullhypothese gerade noch verworfen werden kann. Falls das Signifikanzniveau grösser als 3% ist, kann man die Nullhypothese also verwerfen; sonst nicht.

### Frage 6

Das 95%-Vertrauensintervall für den zweiseitigen Binomialtest (auch zweiseitiges Vertrauensintervall genannt) für den Erfolgsparameter  $\pi$  in einem Binomialtest ist  $[0.3; 0.6]$ . Angenommen, wir wollen mit den gleichen Daten, mit denen das Vertrauensintervall berechnet wurde die Nullhypothese  $H_0 : \pi = 0.5$  gegen die Alternative  $H_A : \pi \neq 0.5$  testen. Können wir die Nullhypothese auf dem 5% Signifikanzniveau verwerfen?

- Ja.  
Leider nicht.
- ✓  Nein.  
Richtig!
- Keine Aussage möglich.  
Leider nicht.

Für alle Werte  $x$  in einem 95%-Vertrauensintervall gilt folgende Aussage: Die Nullhypothese  $H_0 : \pi = x$  kann auf dem 5% Signifikanzniveau nicht verworfen werden. In obigem Beispiel liegt 0.5 im Vertrauensintervall. Daher wird die Nullhypothese  $H_0 : \pi = 0.5$  nicht verworfen.

### Frage 7

(Optional) Benutzen Sie die R-Funktion `binom.test` um diese Frage zu beantworten. Wir haben 20 Lose und darunter 13 Gewinne. Was ist ein (zweiseitiges) 95% Vertrauensintervall für die wahre Gewinnwahrscheinlichkeit? (Tipps: `binom.test(13, 20)`; schauen Sie sich `?binom.test` an.)

- $[0.56; 0.77]$   
Leider nicht.
- ✓   $[0.41; 0.85]$   
Richtig!
- $[0.24; 0.47]$   
Leider nicht.

Der Befehl `binom.test(x = 13, n = 20, alternative = "two.sided", conf.level = 0.95)` ergibt das 95%-Vertrauensintervall  $[0.41; 0.85]$ .