Dieses Quiz soll Ihnen helfen, Kapitel 3.2.2 besser zu verstehen.

Frage 1

Bei einem Binomialtest stellt sich heraus, dass der Verwerfungsbereich der Teststatistik mit dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ gleich $K = \{9, 10, ..., 20\}$ ist. Der beobachtete Wert der Teststatistik ist $t = 13$. Kann die Nullhypothese auf dem 5% Signifikanzniveau verworfen werden?

○ Nein

Leider nicht.

√ ○ Ja

Richtig!

○ Kann man ohne zusätzliche Informationen nicht lösen.

Leider nicht.

Die Nullhypothese wird genau dann verworfen, wenn der beobachtete Wert der Teststatistik im Verwerfungsbereich der Teststatistik liegt.

Frage 2

Wir testen mit einem Binomialtest auf dem 5% Signifikanzniveau, ob eine Münze gefälscht wurde, sodass sie häufiger "Kopf" zeigt ($H_0 : \pi = 0.5$). Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass wir die Münze als "gefälscht" (H_0 wird verworfen) bezeichnen, wenn sie in Wahrheit "fair" (H_0 ist in Wahrheit richtig) ist?

√ ○ Höchstens 5%.

Richtig!

○ Mindestens 95%.

Leider nicht.

○ Wenn man die genaue Form der Alternative nicht kennt, ist keine Aussage möglich.

Leider nicht.

Das Signifikanzniveau gibt die Wahrscheinlichkeit an, mit der die Nullhypothese verworfen wird, obwohl sie wahr ist. Die Wahrscheinlichkeit, die Münze als gefälscht zu bezeichnen obwohl sie fair ist, ist also 5%. (Für die, die es genau wissen wollen: Ich habe in der Antwort noch den Zusatz "höchstens" gewählt, weil es bei einem Binomialtest sein kann, dass es nicht möglich ist, den Verwerfungsbereich so zu wählen, dass der Fehler 1. Art **genau** 5% beträgt. Man wählt dann den Verwerfungsbereich so, dass dass der Fehler 1. Art **höchstens** 5% ist. Später, wenn wir kontinuierliche Verteilungen besprechen, wird dieses Problem nicht mehr auftreten.)

Frage 3

Bei einem Binomialtest ist das Signifikanzniveau 5%. Wie gross ist die Macht des Tests?

○ 95%

Leider nicht.

○ 5%

Leider nicht.

○ 30%

Leider nicht.

√ ○ Keine Aussage möglich.

Richtig!

Bei gegebenem Signifikanzniveau kann die Macht nur dann berechnet werden, wenn die genaue Verteilung der Teststatistik unter der Alternativhypothese bekannt ist. Das wurde hier aber nicht angegeben, also kann die Macht nicht berechnet werden.

Frage 4

Betrachte einen Binomialtest mit $n = 10$ Versuchen und $H_0 : \pi = 0.5$, $H_A : \pi > 0.5$. Wir finden als Verwerfungsbereich $K = \{8, 9, 10\}$. Angenommen, in Wahrheit ist die Erfolgswahrscheinlichkeit $\pi = 0.7$. Wie gross ist die Macht des Tests, d.h., wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Test die Nullhypothese verwirft? (Im Folgenden sei $X \sim \text{Bin}(10, 0.5)$ und $Y \sim \text{Bin}(10, 0.7)$.)

○ $P(X \geq 8)$

Leider nicht.

○ $P(X < 8)$

Leider nicht.

√ ○ $P(Y \geq 8)$

Richtig!

○ $P(X < 8)$

Leider nicht.

Bei einem Binomialtest entspricht die Teststatistik gerade der Anzahl Erfolge. Wenn in Wahrheit $\pi = 0.7$ gilt, ist die Verteilung der Teststatistik also $\text{Bin}(10, 0.7)$. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Wert aus dieser Verteilung in den Verwerfungsbereich $K = \{8, 9, 10\}$ fällt ist somit $P(Y \geq 8)$. Diese Grösse ist per Definition die Macht des Binomialtests.

Frage 5

Ein einseitiger Binomialtest ($H_0 : \pi = 0.5$, $H_A : \pi > 0.5$) hat auf dem Signifikanzniveau 5% einen Verwerfungsbereich $K_{0.05} = \{8, 9, 10\}$. Wenn man den gleichen Test auf dem Signifikanzniveau 1% an Stelle von 5% berechnen würde, dann wäre die Länge des Verwerfungsbereichs

√ ◯ kleiner.

Richtig!

◯ grösser.

Leider nicht.

◯ gleich.

Leider nicht.

◯ Keine Aussage möglich.

Leider nicht.

Der Verwerfungsbereich auf dem 5% Signifikanzniveau enthält alle extremen Werte der Teststatistik, die mit einer Wahrscheinlichkeit von 5% auftreten, falls H_0 stimmt. Er enthält also die "unplausiblen" Werte. Wenn man das Signifikanzniveau von 5% auf 1% erniedrigt, enthält der Verwerfungsbereich nur noch die "äusserst unplausiblen" Werte (genauer: nur noch die Werte, die mit einer Wahrscheinlichkeit von 1% auftreten, falls H_0 stimmt). Also enthält der Verwerfungsbereich zum 1% Signifikanzniveau weniger Werte und hat daher eine kleinere Länge. Man kann leicht nachrechnen, dass der Verwerfungsbereich auf dem 1% Signifikanzniveau $K_{0.01} = \{9, 10\}$ ist.

Frage 6

Bei einem Binomialtest kann die Nullhypothese auf dem 5% Signifikanzniveau verworfen werden. Kann die Nullhypothese dann auch auf dem 1% Signifikanzniveau verworfen werden?

○ Ja.

Leider nicht.

○ Nein.

Leider nicht.

√ ○ Vielleicht.

Richtig!

Nehmen wir den Binomialtest aus der letzten Aufgabe. Dort war der Verwerfungsbereich auf dem 5% Signifikanzniveau $K_{0.05} = \{8, 9, 10\}$ und der Verwerfungsbereich auf dem 1% Signifikanzniveau $K_{0.01} = \{9, 10\}$. Angenommen, der beobachtete Wert der Teststatistik ist $t = 8$. Dann können wir auf dem 5% Signifikanzniveau verwerfen, aber nicht auf dem 1% Signifikanzniveau. Wenn der beobachtete Wert der Teststatistik $t = 10$ ist, dann können wir sowohl auf dem 5% als auch auf dem 1% Signifikanzniveau verwerfen. Daraus ziehen wir folgenden Schluss: Nur weil wir auf dem 5% Signifikanzniveau verwerfen können, heisst das noch lange nicht, dass wir auch auf dem strikteren 1% Signifikanzniveau verwerfen können. Je nach Wert der Teststatistik könnte das zwar tatsächlich so sein, es muss aber nicht so sein. Also ist die richtige Antwort "Vielleicht".

Frage 7

Bei einem Binomialtest kann die Nullhypothese auf dem 1% Signifikanzniveau verworfen werden. Kann die Nullhypothese dann auch auf dem 5% Signifikanzniveau verworfen werden?

√ ○ Ja.

Richtig!

○ Nein.

Leider nicht.

○ Vielleicht.

Leider nicht.

Wenn wir den Test auf dem strikten 1% Signifikanzniveau verwerfen können, dann können wir erst recht auf dem weniger strikten 5% Signifikanzniveau verwerfen.

Frage 8

Ein neues Medikament soll zugelassen werden. Wirtschaftlich interessant wäre das Medikament, wenn es eine Heilungschance von mind. 40% aufweist. Völlig uninteressant wäre es bei Heilungschancen bis zu 10%. Wir wollen ein uninteressantes Medikament mit nur 5% Wahrscheinlichkeit als interessant deklarieren; zudem wollen wir mit 80% Wahrscheinlichkeit entdecken, wenn unser Medikament eine Heilungschance von mind. 40% aufweist. Was ist die nötige Stichprobengrösse und der nötige Verwerfungsbereich? (Verwenden Sie das Paper von A'Hern auf der Homepage.)

○ $n = 20$; $K = \{5, 6, ..., 20\}$

Leider nicht.

√ ○ $n = 13$; $K = \{4, 5, ..., 13\}$

Richtig!

○ $n = 8$; $K = \{3, 4, ..., 8\}$

Leider nicht.

○ $n = 10$; $K = \{5, 6, ..., 10\}$

Leider nicht.

Gemäss Aufgabenstellung haben wir p1 = 0.4 (interessante Wirkwahrscheinlichkeit), p0 = 0.1 ("uninteressante Wirkwahrscheinlichkeit"), alpha = 0.05 (Obergrenze für die Wa., ein unwirksames Medikament fälschlicherweise als wirksam zu deklarieren), 1-beta = 0.8 (Wa. ein mit Wirkwahrscheinlichkeit 0.4 wirksames Medikament auch zu entdecken). Den entsprechenden Eintrag finden wir auf Seite 862 des Papers: 4/13. Das bedeutet, dass wir 13 Personen untersuchen müssen; wenn wir es 4 oder mehr Heilungen gibt, kann die Nullhypothese (p0 = 0.1) verworfen werden.