Dieses Quiz soll Ihnen helfen, Kapitel 2.6 - 3.2.1 besser zu verstehen.

Frage 1

$X \sim \text{Bin}(10; 0.2)$

- ○ $E(X) = 10$, $Var(X) = 0.2$

  Leider nicht.

- ○ $E(X) = 0.2$, $Var(X) = 10$

  Leider nicht.

- √ ○ $E(X) = 2$, $Var(X) = 1.6$

  Richtig!

- ○ $E(X) = 2$, $Var(X) = 8$

  Leider nicht.

Der erste Parameter in der Binomialverteilung entspricht der Anzahl Lose n; der zweite Parameter entspricht der Erfolgswahrscheinlichkeit π für jedes Los. Dann gilt: $E(X) = n\pi = 10 \cdot 0.2 = 2$ und $Var(X) = n\pi(1-\pi) = 10 \cdot 0.2 \cdot 0.8 = 1.6$.

Frage 2

X ist poissonverteilt mit Erwartungswert 7. Wie gross ist $Var(X)$?

- ○ 49

  Leider nicht.

- √ ○ 7

  Richtig!

- ○ $\sqrt{7}$

  Leider nicht.

- ○ Kann man ohne weitere Angaben nicht lösen.

  Leider nicht.

Die Poissonverteilung hat die besondere Eigenschaft, dass Erwartungswert und Varianz gleich gross sind. Es gilt also $Var(X) = 7$.

Frage 3

$X_1 \sim \text{Poisson}(3)$ und $X_2 \sim \text{Poisson}(5)$. Was gilt für $Y = X_1 + X_2$.

○ Es gilt in jedem Fall $Y \sim \text{Poisson}(8)$

Leider nicht.

√ ○ Falls X_1 und X_2 unabhängig sind, gilt $Y \sim \text{Poisson}(8)$

Richtig!

○ Falls X_1 und X_2 abhängig sind, gilt $Y \sim \text{Poisson}(8)$

Leider nicht.

Frage 4

Ein Glücksrad besteht aus 100 gleich grossen Sektoren und ist mit den Zahlen 1 bis 100 beschriftet. Man gewinnt einen Betrag, der so gross ist wie die Zahl, bei der der Zeiger am Rand des Glücksrades zum Stehen kommt. Mit welcher Verteilung lässt sich der Gewinn nach einem mal Drehen am besten beschreiben?

√ ○ Uniform

Richtig!

○ Binomial

Leider nicht.

○ Hypergeometrisch

Leider nicht.

○ Poisson

Leider nicht.

Jeder Gewinn zwischen 1 und 100 ist gleich wahrscheinlich. Also ist die uniforme Verteilung angebracht.

Frage 5

Die Wahrscheinlichkeit, dass in einem Jahr ein Meteorit einschlägt, der das Äquivalent von 1 Megatonne TNT freisetzt, ist ca. 0.0009. Angenommen, Sie leben 80 Jahre. Mit welcher Verteilung lässt sich die Verteilung solcher Einschläge beschreiben, die Sie erleben werden? (Quelle: Wikipedia engl., "Near-Earth object"; Einschlagswahrscheinlichkeit ist nicht sehr genau bestimmt...)

○ Uniform

Leider nicht.

√ ○ Binomial oder Poisson

Richtig!

○ Hypergeometrisch

Leider nicht.

Die Situation entspricht einer Losbude, bei der Sie 80 Lose kaufen, wobei jedes Los mit Wa. 0.0009 gewinnt. Bei sehr kleinen Gewinnwahrscheinlichkeiten ist die Binomialverteilung praktisch identisch mit einer Poissonverteiung mit entsprechendem Erwartugnswert.

Frage 6

Eine Abteilung im CIA hat 7 Männer und 5 Frauen. Nun soll für einen neuen Fall ein neues Einsatz-Team aus 4 Personen erstellt werden. Damit sich niemand benachteiligt fühlt, soll das Team zufällig erstellt werden. Mit welcher Verteilung lässt sich die Anzahl Frauen in diesem Team am besten beschreiben?

- ◯ Uniform

  Leider nicht.

- ◯ Binomial

  Leider nicht.

- √ ◯ Hypergeometrisch

  Richtig!

- ◯ Poisson

  Leider nicht.

Die Situation entspricht dem zufälligen Ziehen von Bällen aus einer Urne: Wir haben $7+5 = 12$ Bälle, 5 davon sind markiert. Nun ziehen wir zufällig und ohne Zurücklegen 4 Bälle und sind daran interessiert, wie viele markierte Bälle wir gezogen haben. Diese Verteilung entspricht genau der Hypergeometrischen Verteilung.

Frage 7

(Optional; hier müssen Sie ca. 2 Zeilen auf dem Papier rechnen) Wir werfen eine Münze dreimal und sehen das Ergebnis KKZ. Angenommen, die drei Würfe sind unabhängig von einander und p ist die Wahrscheinlichkeit, dass "Kopf (K)" geworfen wird. Was ist der Maximum Likelihood Schätzer von p?

√ ◯ 2/3

Richtig!

◯ 1/2

Leider nicht.

◯ 1

Leider nicht.

◯ 1/3

Leider nicht.

◯ Die Maximum Likelihood Methode kann man hier nicht verwenden, denn sie ist nur für die Binomialverteilung geeignet.

Leider nicht. Die Maximum Likelihood Methode ist unglaublich vielseitig und wird in der Statistik von allen Schätzmethoden am häufigsten verwendet.

Weil die Würfe unabhängig sind, gilt $P(\{KKZ\}) = P(\{K\})P(\{K\})P(\{Z\}) = p^2(1-p) = p^2 - p^3$. Um das Maximum zu bestimmen, leiten wir nach p ab und setzen die Ableitung gleich null: $\frac{d}{dp}P(\{KKZ\}) = 2p - 3p^2 = p(2-3p) = 0$. Der Ausdruck wird null, wenn $p = 0$ oder wenn $p = \frac{2}{3}$. Die Lösung $p = 0$ scheidet aus, weil wir dann niemals "Kopf" beobachten würden, es aber zweimal beobachtet wurde. Also muss die Lösung $p = \frac{2}{3}$ sein. (Übrigens: In diesem Fall ist das maximieren von $\log(P(\{KKZ\}))$ ein klein wenig komplizierter als das maximieren von $P(\{KKZ\})$; weil beide Wege zum gleichen Ergebnis führen, habe ich mich der Einfachheit halber entschieden in dieser Aufgabe $P(\{KKZ\})$ zu maximieren).