Dieses Quiz soll Ihnen helfen, Kapitel 2.1 besser zu verstehen.

Frage 1

Bei einem Spiel wirft man zwei unterschiedliche Münzen gleichzeitig. Beide Münzen können “Kopf” (K) oder “Zahl” (Z) zeigen. Wir wollen dieses Spiel nun mit einem Wahrscheinlichkeitsmodell abbilden. Was ist der Grundraum Ω? (ZK bedeutet z.B., dass die eine Münze “Zahl” und die andere Münze “Kopf” zeigt.)

○ $\Omega = \{KK, ZK, ZZ\}$

Leider nicht. Da beide Münzen unterschiedlich sind (z.B. eine 1-Franken Münze und eine 2-Franken Münze), sind die Elementarereignisse ZK und KZ unterschiedlich. In dieser falschen Lösung wurde also ein Elementarereignis weggelassen und deshalb ist Ω nicht der ganze Grundraum.

√ ○ $\Omega = \{KK, ZK, KZ, ZZ\}$

Richtig! Der Grundraum umfasst alle möglichen Elementarereignisse, d.h., alle Ausgänge des Zufallsexperiments (= Werfen von zwei Münzen). Eine Münze kann zwei Werte zeigen; unabhängig davon kann die andere Münze auch zwei Werte zeigen. Insgesamt gibt es also $2 * 2 = 4$ mögliche Elementarereignisse. Alle Elementarereignisse zusammen bilden den Grundraum.

○ $\Omega = \{K, Z\}$

Leider nicht. Obiges Ω beschreibt den Ausgang von einem Münzwurf, aber nicht von zwei Münzwürfen.

Frage 2

Betrachte nun das Ereignis $A = \{ZK, KZ\}$ (“unterschiedliche Ergebnisse auf den beiden Münzen”) und das Ereignis $B = \{ZK, KZ, KK\}$ (“mindestens einmal Kopf”). Was ist die Schnittmenge $A \cap B$?

√ ○ $\{ZK, KZ\}$

○ $\{KK, ZZ\}$

○ $\{ZZ\}$

○ $\{ZK, KZ, KK\}$

Frage 3

Betrachte wieder das Ereignis $A = \{ZK, KZ\}$ ("unterschiedliche Ergebnisse auf den beiden Münzen") und das Ereignis $B = \{ZK, KZ, KK\}$ ("mindestens einmal Kopf"). Was ist die Vereinigung $A \cup B$?

○ $\{ZK\}$

○ $\{KK, ZZ\}$

○ $\{ZZ\}$

√ ○ $\{ZK, KZ, KK\}$

Frage 4

Betrachte wieder das Ereignis $A = \{ZK, KZ\}$ ("unterschiedliche Ergebnisse auf den beiden Münzen") und das Ereignis $B = \{ZK, KZ, KK\}$ ("mindestens einmal Kopf"). Was ist das Komplement von A: A^c?

○ $\{ZK\}$

√ ○ $\{KK, ZZ\}$

○ $\{ZZ\}$

○ $\{ZK, KZ, KK\}$

Frage 5

Richtig oder falsch: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ gilt immer.

○ Diese Aussage ist richtig.

Leider nicht. Die Aussage stimmt nur dann, wenn die Schnittmenge $A \cap B$ leer ist (3. Axiom von Kolmogorov). Allgemein gilt $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$. Können Sie die allgemeine Regel mit einem Venn-Diagramm nachvollziehen?

√ ○ Diese Aussage ist falsch.

Richtig! Die Aussage stimmt nur dann, wenn die Schnittmenge $A \cap B$ leer ist (3. Axiom von Kolmogorov). Allgemein gilt $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$. Können Sie die allgemeine Regel mit einem Venn-Diagramm nachvollziehen?

Frage 6

In obigem Beispiel mit den Münzwürfen ist jedes Elementarereignis gleich wahrscheinlich (weil es sich um faire Münzen handelt). Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Ereignis "B: mindestens einmal Kopf" eintritt?

√ ◯ $P(B) = \frac{3}{4}$

Richtig! Das Ereignis B besteht aus folgenden Elementarereignissen: $B = \{ZK, KZ, KK\}$. Es gibt also drei Elementarereignisse, bei denen das Ereignis B eintritt ("Anzahl günstige Fälle"). Der Grundraum besteht insgesamt aus vier Elementarereignissen ("Anzahl mögliche Fälle"). Weil alle Elementarereignisse gleich wahrscheinlich sind, ergibt das Verhältnis "Anzahl günstige Fälle/Anzahl mögliche Fälle" die Wahrscheinlichkeit, dass B eintritt.

◯ $P(B) = \frac{1}{4}$

Leider nicht. Das Ereignis B besteht aus folgenden Elementarereignissen: $B = \{ZK, KZ, KK\}$. Es gibt also drei Elementarereignisse, bei denen das Ereignis B eintritt ("Anzahl günstige Fälle"). Der Grundraum besteht insgesamt aus vier Elementarereignissen ("Anzahl mögliche Fälle"). Weil alle Elementarereignisse gleich wahrscheinlich sind, ergibt das Verhältnis "Anzahl günstige Fälle/Anzahl mögliche Fälle" die Wahrscheinlichkeit, dass B eintritt.

Frage 7

Mit dem Computer habe ich eine Ziffer Z aus der Menge $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ gezogen. Der Grundraum ist in diesem Fall ganz einfach: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Ich habe beim Computer eingestellt, dass die Ziffern mit folgenden Wahrscheinlichkeiten gezogen werden: $P(Z = 1) = 0.1$, $P(Z = 2) = 0.2$, $P(Z = 3) = 0.1$, $P(Z = 4) = 0.3$ und $P(Z = 5) = 0.3$ (beachten Sie, dass die Summe eins gibt, wie es das zweite Axiom von Kolmogorov verlangt). Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, eine gerade Zahl zu ziehen?

◯ $\frac{2}{5}$

Leider nicht. Wenn alle Ziffern mit der gleichen Wahrscheinlichkeit gezogen würden, könnte man die Anzahl günstiger Fälle durch die Anzahl möglicher Fälle teilen und käme auf $\frac{2}{5}$. In dieser Aufgabe sind die Elementarereignisse aber **nicht** gleich wahrscheinlich. Daher kann man die Regel "günstige Fälle/mögliche Fälle" nicht anwenden. Anstelle dieser Regel muss man die Wahrscheinlichkeiten aller günstigen Elementarereignisse zusammenzählen.

√ ◯ $\frac{1}{2}$

Richtig. Man muss die Wahrscheinlichkeiten aller "günstigen" Elementarereignisse zusammenzählen: $P(\text{"gerade Zahl"}) = P(Z = 2) + P(Z = 4) = 0.2 + 0.3 = 0.5$. (Beachten Sie, dass die Regel "günstige Fälle/mögliche Fälle" hier nicht angewendet werden kann, weil nicht alle Elementarereignisse gleiche Wahrscheinlichkeit haben.)