Wiederholung

1) $E[aX+b] \overset{①}{=} a \cdot E[X] + b$; $E[X+Y] \overset{②}{=} E[X] + E[Y]$

Definition: $Var(X) = E[(X - E[X])^2]$

Mit ⊛: $Var(X) = E[(X - E[X])^2] =$

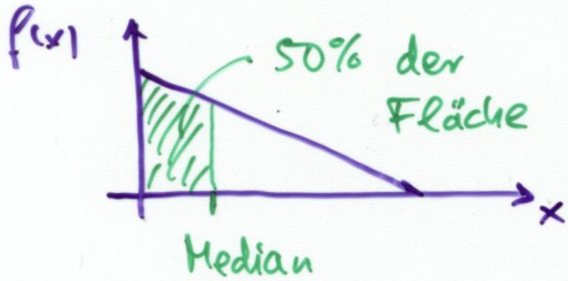
$= E[X^2 - 2X\,E[X] + E[X]^2] \overset{②}{=}$

$= E[X^2] + E[-2X\,E[X] + E[X]^2] \overset{①}{=}$

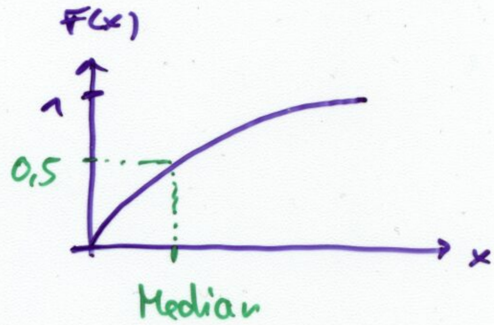
$= E[X^2] - 2E[X] \cdot E[X] + E[X]^2 =$

$= E[X^2] - 2E[X]^2 + E[X]^2 = E[X^2] - E[X]^2$

2) Quantil einer Wa. dichte



oder



3) Zuerst Test oder zuerst Beobachtung ?

Pilotstudie , Beobachtungen

⇓

Hypothese & Testlayout (Spielregeln)

⇓

Neue Daten und Test

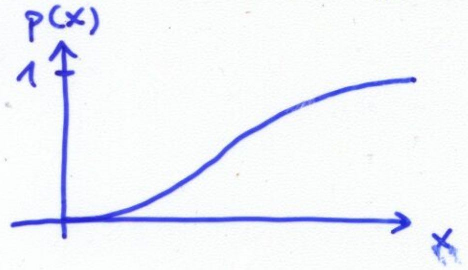
Sonst Gefahr: Warte bis zufällig extreme Beobachtung und mache dann Test ④

Zweistufige, stochastische Modelle

A) Wirkung von Gift

x: Giftdosis; n Tiere; p: Sterbewa.; Y: # gestorbener Tiere

1) $Y \sim \text{Bin}(n, p(x))$

2) 

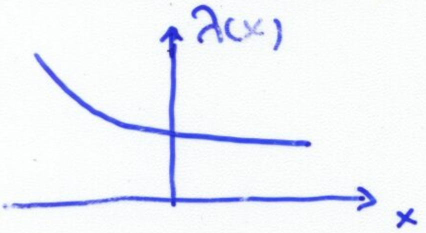
z.B.: $p(x) = \dfrac{e^{\beta_0 + \beta_1 x}}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1 x}}$ „Logistische Regression"

Mgl. Frage: Bei welcher Dosis ist $p = 0{,}5$ (LD50)?

B) Anzahl Autounfälle je nach Temperatur

Y: # Autounfälle pro Tag in ZH; x: Temperatur in °C

1) $Y \sim \text{Pois}(\lambda(x))$

2) 

z.B.: $\lambda(x) = e^{\beta_0 + \beta_1 x}$

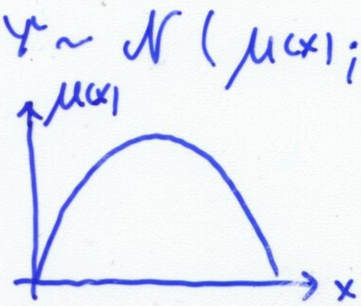
„Poisson Regression"

Mgl. Frage: Morgen wird es -5°C. Was ist das 95%-Quantil der Unfälle morgen?

C) Kraftzuwachs bei Anfängern in Abh. von Trainingsdauer

Y: Kraftzuwachs nach 6 Wochen; x: Trainingszeit pro Woche

1) $Y \sim \mathcal{N}(\mu(x); \sigma^2)$ „Lineare Regression"

2) 

z.B.: $\mu(x) = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2$

„linear" in Parametern: In $\dfrac{d\mu(x)}{d\beta_i}$ kommt kein β_i mehr vor

Mgl. Frage: Welche Trainingsdauer pro Woche bringt optimalen Kraftzuwachs?

usw.

Wann ist ein Modell „linear"?

Linear in Parametern

$\Updownarrow$

Nach Parameter ableiten => Parameter verschwindet

- $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + E_i$ $\qquad E_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$

$\frac{d}{d\beta_0} y_i = 1 \;;\; \frac{d}{d\beta_1} y_i = x_i$ ✓ linear

- $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i^2 + E_i$

$\frac{d}{d\beta_0} y_i = 1 \;;\; \frac{d}{d\beta_1} y_i = x_i^2$ ✓ linear

- $y_i = \log(\beta_0 + \beta_1 x_i + E_i)$

$\frac{d}{d\beta_0} y_i = \frac{1}{\beta_0 + \beta_1 x_i + E_i} \cdot 1$ × nicht linear

aber linearisierbar: $\tilde{y}_i := \exp(y_i)$ „Daten transformieren"

=> $\tilde{y}_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + E_i$ ✓ linear

- $y_i = \beta_0 \cdot \exp(\beta_1 x_1) + E_i$

$\frac{d}{d\beta_1} y_i = \beta_0 \exp(\beta_1 x_1) \cdot x_1$ × nicht linear

nicht linearisierbar