Gepaarter t-Test

Daten: 32, −154, −35, −142, −32, −59, 8, −65, −50, −78, −167, 8, −38, −50, −5, 14

Weggelassen: 3015

$n = 16$

$$\bar{x}_n = \frac{1}{16} \cdot (32 - 154 \ldots + 14) \approx -51$$

$$\hat{\sigma}_x = \sqrt{\frac{1}{16-1}\left[(32-(-51))^2 + (-154-(-51))^2 + \ldots + (14-(-51))^2\right]} \approx$$

$$\approx 60$$

1) Modell: x_i: optisch − akustisch für Student i in ms

$x_1, \ldots, x_n \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma_x^2)$ iid

2) $H_0: \mu = \mu_0$; $H_A: \mu \neq \mu_0$ mit $\mu_0 = 0$

3) Teststatistik:

$$T = \frac{\bar{x}_n - \mu_0}{\hat{\sigma}_{\bar{x}_n}} = \frac{\bar{x}_n - \mu_0}{\hat{\sigma}_x / \sqrt{n}}$$

Falls H_0 stimmt: $T \sim t_{n-1} = t_{15}$ (hinten im Skript tabelliert)

4) Signifikanzniveau: $\alpha = 0{,}05$

5) Verwerfungsbereich:

$$K = (-\infty; -t_{15;0{,}975}] \cup [t_{15;0{,}975}; \infty)$$

Aus Tabelle: $t_{15;0{,}975} = 2{,}131$

$\Rightarrow K = (-\infty; -2{,}131] \cup [2{,}131\ \infty)$

6) Entscheid: Beobachtet $t = \dfrac{\bar{x}_n - \mu_0}{\hat{\sigma}_x / \sqrt{n}} = \dfrac{-51 - 0}{60/\sqrt{16}} \approx -3{,}4$

$t \in K \Rightarrow H_0$ wird verworfen

95% - Vertrauensintervall (für zweiseitigen Test):

$$\bar{x} \pm t_{15;\,0{,}975} \frac{\hat{\sigma}_x}{\sqrt{n}} =$$

$$= -51 \pm 2{,}131 \cdot \frac{60}{\sqrt{16}} \approx -51 \pm 32$$

$\Rightarrow$ 95%-VI: $[-83\ ;\ -19]$

Enthält den Wert 0 nicht

$\Rightarrow$ auch so kann man sehen, dass $H_0: \mu = 0$ auf 5% Sign.niveau verworfen wird

(Siehe Skript für einseitige Tests und VI's)

Ungepaarter t - Test

Aktivität Gen 1

Gruppe Typ 1: $x_1 = 2{,}1$; $x_2 = 1{,}3$; $x_3 = 1{,}9$; $x_4 = 1{,}2$; $x_5 = 1{,}4$; $n = 5$

Gruppe Typ 2: $y_1 = 1{,}9$; $y_2 = 2{,}5$; $y_3 = 2{,}4$; $y_4 = 2{,}9$; $m = 4$

$\bar{x} = 1{,}58$; $\bar{y} = 2{,}43$; $\hat{\sigma}_x = 0{,}40$; $\hat{\sigma}_y = 0{,}41$

1) Modell: $X_1, \dots, X_n \sim \mathcal{N}(\mu_x, \sigma^2)$ iid

$Y_1, \dots, Y_n \sim \mathcal{N}(\mu_y, \sigma^2)$ iid

2) $H_0: \mu_x = \mu_y$; $H_A: \mu_x \neq \mu_y$ (oder einseitig; s. Skript)

3) Teststatistik

$$T = \frac{(\bar{X}_n - \bar{Y}_n) - (\mu_x - \mu_y)}{\hat{\sigma}_{(\bar{X}_n - \bar{Y}_n)}} = \frac{(\bar{X}_n - \bar{Y}_n)}{\hat{\sigma}_{(\bar{X}_n - \bar{Y}_n)}}$$

$$\hat{\sigma}_{(\bar{X}_n - \bar{Y}_n)} = S_{pool} \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}$$

$$S_{pool}^2 = \frac{1}{n+m-2} \cdot \left((n-1)\hat{\sigma}_x^2 + (m-1)\hat{\sigma}_y^2 \right)$$

Falls H_0 stimmt: $T \sim t_{n+m-2} = t_7$

4) $\alpha = 0{,}05$

5) Verwerfungsbereich:

$K = (-\infty; -t_{n+m-2; 1-\frac{\alpha}{2}}] \cup [t_{n+m-2; 1-\frac{\alpha}{2}}; \infty) =$

$\approx (-\infty; -2{,}26] \cup [2{,}26; \infty)$ (oder einseitig; s. Skript)

6) Testentscheid: Beobachtet $t = \frac{1{,}58 - 2{,}43}{0{,}27} \approx -3{,}15$

$t \in K \Rightarrow H_0$ wird auf dem 5% Signifikanzniveau verworfen (d.h. Gene sind unterschiedlich aktiv)