

Serie 5

1. Die kumulative Verteilungsfunktion $F(k) = P[X \leq k]$ der Binomial $(20, 0.5)$ -Verteilung ist aus untenstehender Tabelle ersichtlich.

Berechnen Sie daraus

1. $P[X = 10]$,
2. $P[X > 12]$,
3. $P[5 \leq X \leq 15]$,
4. die grösste ganze Zahl k mit $P[X < k] \leq 0.025$ sowie
5. die kleinste ganze Zahl k mit $P[X > k] \leq 0.05$.

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$F(k)$	0.000	0.000	0.000	0.001	0.006	0.021	0.058	0.132	0.252

k	9	10	11	12	13	14	15	16	17
$F(k)$	0.412	0.588	0.748	0.868	0.942	0.979	0.994	0.999	1.000

k	18	19	20
$F(k)$	1.000	1.000	1.000

2. ("Qualitätskontrolle von Reagenzgläsern") Ein Hersteller von Reagenzgläsern garantiert seinen Kunden, dass der Anteil minderwertiger Gläser kleiner als 10% ist. Zwecks Qualitätssicherung entnimmt er einer grossen Lieferung eine zufällige Stichprobe im Umfang von fünfzig Gläsern. Es stellt sich heraus, dass von diesen fünfzig Gläsern 3 minderwertig sind.

Für den Hersteller ergibt sich nun das Problem: Kann er aufgrund der gezogenen Stichprobe tatsächlich beruhigt davon ausgehen, dass der Anteil minderwertiger Gläser in der ganze Lieferung wirklich kleiner als 10% ist. Führe einen Hypothesentest mit dem Signifikanzniveau 5% durch löse damit das Problem des Herstellers.

3. Um die Anzahl Forellen N in einem See zu bestimmen, wird folgendermassen vorgegangen (Capture-Recapture Methode):

In einem ersten Schritt werden 500 Forellen gefangen, markiert und wieder ausgesetzt.

In einem zweiten Schritt werden nochmals 200 Forellen gefangen und die Anzahl X der markierten Forellen bestimmt.

- a) Für X wird oft eine Binomialverteilung angenommen, $X \sim \mathcal{B}(n, \pi)$. (π bezeichne die Wahrscheinlichkeit, dass ein im zweiten Schritt gefangener Fisch markiert ist.)
Wie gross ist n ? Wie gross ist der Parameter π , wenn die Gesamtzahl der Forellen im See $N = 2000$ bzw. $N = 5000$ ist?
- b) Die tatsächliche Beobachtung für X ergibt den Wert 40. Geben Sie eine vernünftige Schätzung für den Parameter π an und leiten Sie daraus eine Schätzung für die Gesamtzahl N der Forellen im See ab.
- c) Testen Sie - wieder für den beobachteten Wert 40 - die Nullhypothese $N = 2000$ gegen die Alternative $N > 2000$ auf dem 5%-Niveau.
- d) Überlegen Sie, aus welchen Gründen die Annahme der Binomialverteilung in Frage gestellt werden kann.

Besprechung: Donnerstag, October 20.

Abgabe: Übung nicht abgeben - wird nicht korrigiert.