# Musterlösung zu Serie 2

**1. a)**

| | E | N |
|---|---|---|
| w | $P(\mathrm{w} \cap \mathrm{E}) = 0.514 \cdot 0.409 = 0.210266$ | $P(\mathrm{w} \cap \mathrm{N}) = 0.514 \cdot 0.591 = 0.303774$ |
| m | $P(\mathrm{m} \cap \mathrm{E}) = 0.486 \cdot 0.578 = 0.280908$ | $P(\mathrm{m} \cap \mathrm{N}) = 0.486 \cdot 0.422 = 0.205092$ |

**b)** $P(\mathrm{E}) = P(\mathrm{w} \cap \mathrm{E}) + P(\mathrm{m} \cap \mathrm{E}) = 0.210266 + 0.280908 = 0.491134 \approx 0.491.$
$P(\mathrm{w}|\mathrm{E}) = \frac{P(\mathrm{w} \cap \mathrm{E})}{P(\mathrm{E})} = \frac{0.210266}{0.491134} \approx 0.428.$

**c)** $P(\mathrm{m}|\mathrm{E}) = \frac{P(\mathrm{w} \cap \mathrm{E})}{P(\mathrm{E})} = \frac{0.280908}{0.491134} \approx 0.572.$
$P(\mathrm{N}) = P(\mathrm{w} \cap \mathrm{N}) + P(\mathrm{m} \cap \mathrm{N}) = 0.303774 + 0.205092 = 0.508866 \approx 0.509.$
$P(\mathrm{w}|\mathrm{N}) = \frac{P(\mathrm{w} \cap \mathrm{N})}{P(\mathrm{E})} = \frac{0.303774}{0.508866} \approx 0.597.$
$P(\mathrm{m}|\mathrm{N}) = \frac{P(\mathrm{m} \cap \mathrm{N})}{P(\mathrm{E})} = \frac{0.205092}{0.508866} \approx 0.403.$

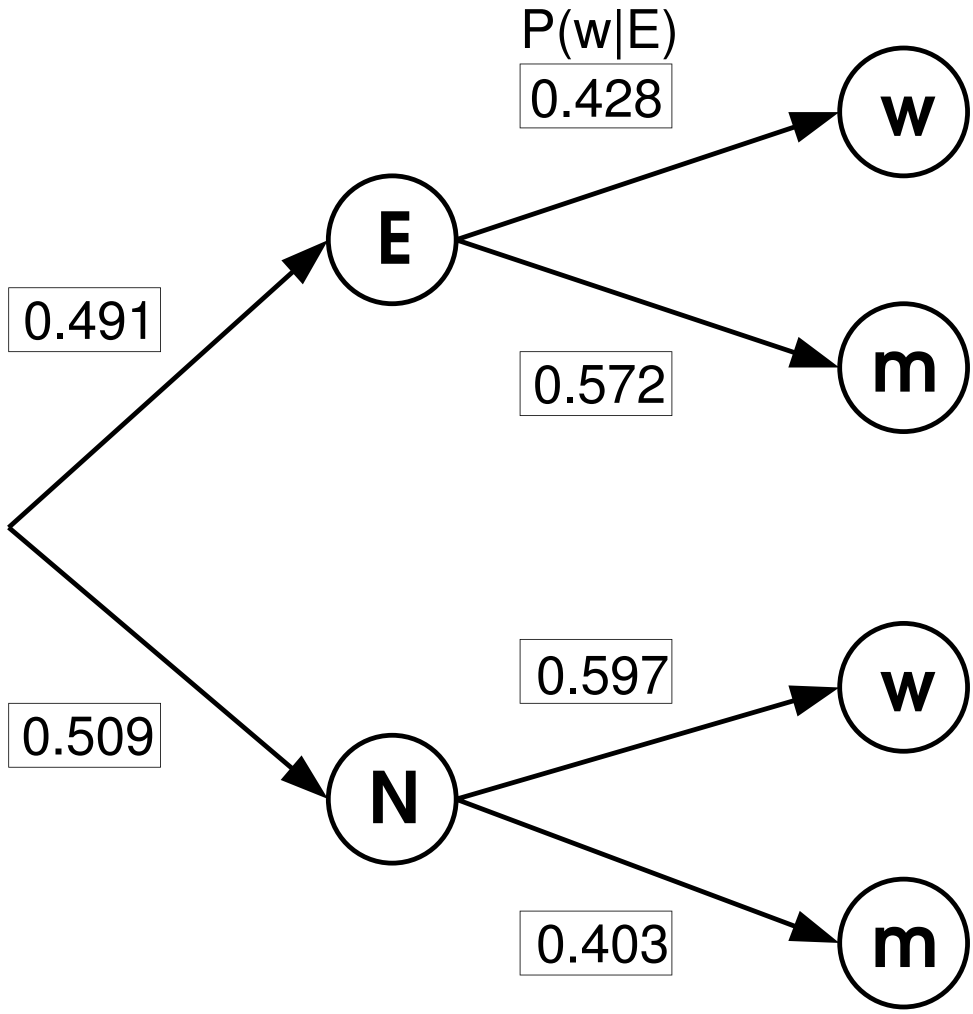


Figure 1: Wahrscheinlichkeitsbaum: Erwerbstätigkeit vor Geschlecht.

**2. a)** Als Grundraum wählen wir

$$\Omega = \Big\{(S_1, S_2, S_3, S_4) \mid S_i \in \{r, k\},\ i = 1, \dots, 4\Big\}$$

Dann gilt für ein Elementarereignis $\omega$:

$$\mathbb{P}\big[\omega = (s_1, s_2, s_3, s_4)\big] = \left(\frac{3}{4}\right)^{\#_r} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{\#_k},$$

wobei $\#_r = \#\{s_i | s_i = r,\ i = 1, \dots, 4\}$ die Anzahl runder Samen und $\#_k = \#\{s_i | s_i = k,\ i = 1, \dots, 4\}$ die Anzahl kantiger Samen ist. Beachten Sie, dass wir die einzelnen Wahrscheinlichkeiten nur deshalb zusammenzählen dürfen, weil die einzelnen Samen als unabhängig angenommen wurden.

**b)** $A_0 = \big\{(k, k, k, k)\big\}$
$A_1 = \big\{(k, k, k, r),\ (k, k, r, k),\ (k, r, k, k),\ (r, k, k, k)\big\}$
$A_2 = \big\{(k, k, r, r),\ (k, r, k, r),\ (k, r, r, k),\ (r, k, k, r),\ (r, k, r, k),\ (r, r, k, k)\big\}$
$A_3 = \big\{(k, r, r, r),\ (r, k, r, r),\ (r, r, k, r),\ (r, r, r, k)\big\}$
$A_4 = \big\{(r, r, r, r)\big\}$
Für die Wahrscheinlichkeiten gilt

$$\mathbb{P}[A_i] = \binom{4}{i}\left(\frac{3}{4}\right)^{i}\left(\frac{1}{4}\right)^{4-i},$$

also $\mathbb{P}[A_0] = \frac{1}{256}$, $\mathbb{P}[A_1] = \frac{3}{64}$, $\mathbb{P}[A_2] = \frac{27}{128}$, $\mathbb{P}[A_3] = \frac{27}{64}$ und $\mathbb{P}[A_4] = \frac{81}{256}$.

**3. a)**

| $k$ | -4 | 10 | 20 |
|---|---|---|---|
| $P(X = k)$ | $28/36 = 7/9$ | $6/36 = 1/6$ | $2/36 = 1/18$ |

**b)** Eine sinnvolle Kennzahl ist der sogenannte Erwartungswert, das heisst, man gewichtet die Gewinne mit ihrer Eintrittswahrscheinlichkeit und addiert sie:

$$\mathrm{E} = -4 \cdot 7/9 + 10 \cdot 1/6 + 20 \cdot 1/18 = -1/3$$

Man erwartet im Mittel also einen negativen Gewinn; das Spiel ist nicht fair!