Normalapproximation des Binomialtests

1) Modell: n Lose

Jedes Los: $X_i = \begin{cases} 1 & \text{Gewinn mit Wa. } \pi \\ 0 & \text{Niete mit Wa. } 1-\pi \end{cases}$

$\Rightarrow E(X_i) = \pi$, $Var(X_i) = \pi(1-\pi)$; $X_1, X_2, \ldots, X_n$ i.i.d.

X: Anzahl Gewinne ; $X = X_1 + X_2 + \ldots + X_n$

2) $H_0 : \pi = \pi_0$; $H_A : \pi < \pi_0$

3) Teststatistik T: Anzahl Gewinne

ZGS: $T \sim \mathcal{N}(n\pi_0, n\pi_0(1-\pi_0))$

falls H_0 stimmt

4) Signifikanzniveau: $\alpha = 0{,}05$

5) Verwerfungsbereich:

Form $K = [0, c]$

Finde c, sodass $P(T \leq c) = 0{,}05$

$$P(T \leq c) = P\Bigg(\underbrace{\frac{T - n\pi_0}{\sqrt{n\pi_0(1-\pi_0)}}}_{=:\, Z \sim \mathcal{N}(0,1)} \leq \frac{c - n\pi_0}{\sqrt{n\pi_0(1-\pi_0)}}\Bigg)$$

$$= P\left(Z \leq \frac{c - n\pi_0}{\sqrt{n\pi_0(1-\pi_0)}}\right) \overset{!}{=} 0{,}05$$

Aus Tabelle: $\dfrac{c - n\pi_0}{\sqrt{n\pi_0(1-\pi_0)}} = -1{,}64$

$\Rightarrow c = n\pi_0 - 1{,}64 \cdot \sqrt{n\pi_0(1-\pi_0)}$

vgl. mit Skript S. 29