MLE vs. MM

Glücksrad: $X \sim \text{Unif}(\{1, 2, \ldots, \theta-1, \theta\})$

n unabh. Beobachtungen $x_1, \ldots, x_n$; max. Wert: x_{max}

- MLE: $P[X_1 = x_1 \cap \ldots \cap X_n = x_n] = \prod_{i=1}^{n} P[X_i = x_i] =$

  $= \frac{1}{\theta^n} =: L(\theta)$

  θ muss im Bereich $[x_{max}; \infty)$ liegen

  $\Rightarrow \hat{\theta} = x_{max}$ maximiert $L(\theta) = 1/\theta^n$ im erlaubten Bereich

  $\Rightarrow$ MLE: $\hat{\theta}_{MLE} = x_{max}$

- MM: $E[X] = \frac{\theta+1}{2} \Rightarrow \theta = 2E[X] - 1$

  $\hat{E}[X] = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i =: \overline{X}$

  $\Rightarrow \hat{\theta}_{MM} = 2 \cdot \overline{x} - 1$

Bsp: $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $x_3 = 9 \Rightarrow \overline{x} = \frac{12}{3} = 4$

MLE: $\hat{\theta}_{MLE} = 9$

MM: $\hat{\theta}_{MM} = 2 \cdot 4 - 1 = 7$ ↯ kleiner als die grösste Beobachtung

↓

kann nicht sein!