

Übungsserie 13

1. Die Anzahl der Erdbeben pro Tag wird oft mit einer Poissonverteilung modelliert. Zur Überprüfung dieses Modells wurden $n = 2150$ Tage beobachtet und die Anzahl n_j der Tage mit j Erdbeben gezählt. Insgesamt wurden 2590 Erdbeben gezählt.

Anzahl der Erdbeben j	beob. Anz. Tage n_j	erwar. Anz. Tage e_j	$(d_j)^2 = \frac{(n_j - e_j)^2}{e_j}$
0	643	646.1	0.015
1	792	776.8	0.297
2	467	467.0	0.000
3	160	187.2	3.952
4	68	56.3	2.431
5	13	13.5	0.019
≥ 6	7	2.7	6.848

- a) Wie wurden die erwarteten Anzahlen e_j aus den Daten bestimmt? Führe die Berechnung durch für $j = 2$. (Vergleiche dazu Skript S.123)
- b) Teste das Modell mit dem Pearson- χ^2 -Test auf dem 5%-Niveau. (Vergleiche dazu Skript S.124ff)
2. Ein Weinhändler behauptet, dass die von ihm gefüllten Weinflaschen mindestens 70 Zentiliter enthalten. Ein skeptischer Konsument will diese Behauptung überprüfen. Deshalb kauft er 12 Weinflaschen und misst ihren Inhalt. Er findet:

71, 69, 67, 68, 73, 72, 71, 71, 68, 72, 69, 72 (in Zentiliter).

Die Standardabweichung der Abfüllung ist im voraus bekannt. Sie beträgt $\sigma = 1.5$ Zentiliter.

- a) Führe einen z-Test durch (vgl. Skript S. 150). Gib die Nullhypothese, die Alternative (einseitiger Test), die Teststatistik sowie den Verwerfungsbereich an. Interpretiere das Resultat auf dem 5%- Signifikanzniveau.
- b) Berechne die Wahrscheinlichkeit eines Fehlers 2.Art, falls die Alternative $\mu = 69.5$ zutrifft (unter der Annahme von normalverteilten Beobachtungen). Was ist in diesem Fall die Macht des Tests?
- c) Tatsächlich ist die Standardabweichung der Abfüllungen aber nicht bekannt. Man muss sie also aus den gemachten Stichproben schätzen:

$$s_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \approx 1.96^2$$

Was ändert sich an obigem Test (vgl. Skript S. 151)? Wie lautet das Ergebnis?

3. 10 Versuchspersonen werden einem sechsmonatigen Ausdauertraining unterzogen. Vor Beginn und nach Ende des Trainings wird die Leistungsfähigkeit der Athleten in einem Test ermittelt: Es soll auf einem Fahrradergometer über 10 Minuten eine konstante Leistung von 200 Watt erbracht werden. Dabei wird die durchschnittliche Pulsfrequenz gemessen. In der Tabelle sind die Testergebnisse (durchschnittliche Pulsfrequenzen) vor und nach Absolvieren des Programms angegeben. Man vermutet, dass die Pulsfrequenz nach dem Training tiefer liegen als vorher, d.h., dass das Training einen positiven Einfluss auf die Leistungsfähigkeit hatte.

Person	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
vorher	126	102	107	98	186	138	90	92	109	126
nachher	116	93	100	92	178	140	95	89	105	122

Prüfe mit dem t -Test auf dem 5%-Niveau, ob die vermutete Wirkung des Trainings gesichert ist. Formuliere dazu Nullhypothese, Alternative, Teststatistik, Verwerfungsbereich und Testentscheid. Vergleiche Skript S. 152f.

Abgabe: Bis Mittwoch, den 15. Februar, 13 Uhr im Fach der/des entsprechenden Assistentin/Assistenten im HG E18.1