Übungsserie 12

1. Ein Photoapparat wird bezüglich Präzision der Verschlusszeiten untersucht. Bei einer Versuchseinstellung von 8 Millisekunden ergaben sich folgende Werte (in Millisekunden):

Versuchsnummer	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Verschlusszeit X	8.55	8.17	7.91	8.71	10.89	8.38	8.24	7.99	7.82

Das Mittel der Stichprobe $\bar{x}$ beträgt 8.52, die Standardabweichung $s_x = 0.937$.

Kann man anhand dieser Daten sagen, dass die Verschlusszeit sich signifikant von 8 Millisekunden unterscheidet?

- a) Führe einen t-Test auf dem Niveau $\alpha = 0.05$ durch. Formuliere explizit:
- Modellannahmen
 - Nullhypothese
 - Alternative
 - Teststatistik
 - kritischer Bereich (Verwerfungsbereich).
- b) Interpretiere das Testergebnis in Worten.
- c) Wir nehmen nun an, dass wir die wahre Streuung kennen und sie $\sigma = 0.4$ beträgt. Was ändert sich gegenüber a)? Führe nun den Test unter Berücksichtigung dieser Änderungen noch einmal durch.
2. In der Feuerwerksabteilung eines Geschäfts gibt es zwei Typen von Vulkanen im Sortiment. Sie stammen von verschiedenen Herstellern und sind ungefähr gleich teuer. Die Geschäftsleiterin ist neugierig und fragt sich, ob es zwischen den beiden Typen einen Unterschied in der Brenndauer gibt. Sie zündet von jedem Typ 12 Vulkane an und misst die Brenndauer. Sie findet:

	Brenndauer (in Sekunden)											
Typ A	62	60	62	65	66	60	57	63	56	61	59	58
Typ B	59	58	55	57	58	54	57	63	57	61	53	56

- a) In diesem Fall eignet sich ein t-Test, um obige Fragestellung zu untersuchen. Welche Annahmen machen Sie, wenn Sie einen t-Test durchführen?
- b) Formulieren Sie Nullhypothese und passende Alternative zu obiger Fragestellung.
- c) Berechnen Sie den Wert der Teststatistik und führen Sie den Test durch. Was soll die Geschäftsleiterin schliessen? (Signifikanzniveau $\alpha = 5\%$)

Hinweise: Es gilt:

	Mittelwert	Standard-Abweichung
Typ A	60.75	3.05
Typ B	57.33	2.81
Differenz: Typ A - Typ B	3.42	3.40

3. Eine Firma behauptet, dass die mittlere Abweichung ihrer 10-Fuss-Stahlträger 0.012 Zoll sei. Jemand kontrolliert eine Stichprobe von 10 Trägern und misst die folgenden Abweichungen:

0.0132, 0.0138, 0.0108, 0.0126, 0.0136, 0.0112, 0.0116, 0.0127, 0.0124, 0.0131 .

Wir nehmen an, dass die Messungen $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ -verteilt sind mit unbekanntem Parameter μ und σ^2 .

- a) Teste auf dem 5%-Niveau die Nullhypothese $\mu = 0.012$ gegen die Alternative $\mu > 0.012$.

Wir idealisieren nun die Situation und nehmen an, dass $\sigma = 0.001$ bekannt sei, sodass wir mit der Normal- statt der t-Verteilung arbeiten können.

- b) Bestimme den kritischen Bereich (Verwerfungsbereich) des Tests $\mu = 0.012$ gegen die Alternative $\mu > 0.012$.
- c) Berechne die Wahrscheinlichkeit eines Fehlers 2. Art für den in b) bestimmten Test, wenn der wahre Wert $\mu = 0.0125$, $\mu = 0.013$ bzw. $\mu = 0.014$ ist.
- d) Wenn man den Stichprobenumfang von $n = 10$ auf $n = 20$ erhöht, wie verändern sich dann die Wahrscheinlichkeiten von Aufgabe c) qualitativ? Wie steht es, wenn man $n = 10$ belässt und α von 5% auf 1% reduziert?

Abgabe: Bis Mittwoch, den 8. Februar, 13 Uhr im Fach der/des entsprechenden Assistentin/Assistenten im HG E18.1