

Übungsserie 3

1. Eine Urne enthält drei Münzen, bei denen die Wahrscheinlichkeit, bei einem Wurf Kopf zu erhalten, gleich 0.8 bzw. 0.5 bzw. 0.2 ist. Aus dieser Urne wird eine Münze zufällig gezogen, welche dann zweimal hintereinander geworfen wird. Wir betrachten dann folgende Ereignisse: $B =$ "Die gezogene Münze ist diejenige, bei der die Wahrscheinlichkeit für Kopf gleich 0.8 ist."

$A_i =$ " i -ter Wurf ergibt Kopf.", $i = 1, 2$.

- a) Berechne $P[A_1]$ und $P[A_2]$.
 - b) Berechne $P[A_1 \cap A_2]$; sind A_1 und A_2 unabhängig?
 - c) Berechne $P[B|A_1]$ und $P[B|A_1 \cap A_2]$.
2. Eine Universität führt jeweils am Ende des Semesters bei den Studierenden, welche die Statistikvorlesung besucht haben, eine Umfrage zur Vorlesung durch. In drei aufeinanderfolgenden Semestern wurde die Vorlesung von jedem der drei Statistikprofessoren einmal gelesen. Die Auswertung der Umfrage ergibt folgende Resultate:

Vorlesung	teilnehmende Studierende	zufrieden mit Vorlesungsstil
Prof. Ackermann	300	170
Prof. Berger	250	130
Prof. Chigi	370	180

Dabei hat jeder Studierende genau eine der 3 Vorlesungen besucht und genau einen Umfragebogen ausgefüllt.

In jeder der 3 Vorlesungen hat der Professor ein Vorlesungsskript verteilt. Die Umfrage hat auch untersucht, ob die Studierenden das Skriptum verständlich fanden. In der folgenden Tabelle steht, welcher Prozentsatz der Studierenden das Vorlesungsskript verständlich fand. Der erste Eintrag in der Tabelle erklärt sich etwa wie folgt: Unter denjenigen Studenten, welche die Vorlesung bei Hrn. Ackermann gehört haben und die mit dem Vorlesungsstil zufrieden waren, mochten 65% auch das Skript.

Skript	Prof.Ackermann	Prof.Berger	Prof.Chigi
mit Vorlesungsstil zufrieden	65%	70%	90%
mit Vorlesungsstil unzufrieden	45%	92%	48%

- a) Die Person, welche diese Resultate interpretieren soll, greift nun zufällig einen Umfragebogen heraus. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Studentin, die diesen Bogen ausgefüllt hat, sowohl mit dem Stil ihres Professors als auch mit dem Skript zufrieden war?
- b) Es stellt sich heraus, dass die Studentin, deren Bogen gezogen wurde, den Vorlesungsstil ihres Professors mochte, das Skript aber nicht. Bei welchem Professor hat sie am wahrscheinlichsten die Vorlesung gehört? (*rechnerisch zu begründen!*)
- c) Sind die Eigenschaften Vorlesungsqualität und Skriptqualität unabhängig? (*rechnerisch zu begründen!*)

3. In einem Wettermodell gibt es Regentage (R-Tage), bewölkte Tage (B-Tage) und Sonnentage (S-Tage). Die Wahrscheinlichkeit, dass auf einen R-Tag ein B-Tag folgt (oder umgekehrt), sei p . Die Wahrscheinlichkeit, dass auf einen B-Tag ein S-Tag folgt (oder umgekehrt), sei ebenfalls p . Die Wahrscheinlichkeit, dass auf einen R-Tag ein S-Tag folgt (oder umgekehrt), sei $\frac{p}{2}$.

a) Wie gross sind die Wahrscheinlichkeiten der drei Ereignisse

a1 auf einen R-Tag folgt ein R-Tag?

a2 auf einen S-Tag folgt ein S-Tag?

a3 auf einen B-Tag folgt ein B-Tag?

b) Leite aus **a)** eine Bedingung für p ab.

Für die restlichen Teilaufgaben wird nach einem **Regentag** vom meteorologischen Institut die Periode der n darauffolgenden Tage betrachtet.

- c) Sei $p = 0.2$. Wie lange muss die Periode n mindestens sein, damit mit Wahrscheinlichkeit kleiner als 10% lauter Regentage auftreten?
- d) Berechne in Abhängigkeit von n und p die W'keit, dass jeder der n Tage ein Sonnentag ist. Wie gross muss p (in Abhängigkeit von n) gewählt werden, damit diese W'keit maximal ist?
- e) Sei wieder $p = 0.2$. Die Zufallsvariable X sei die Anzahl der Sonnentage in der betrachteten Periode. Berechne die mittlere Anzahl aufeinanderfolgender Sonnentage, dh. den Erwartungswert $\mathbf{E}[X]$.

Hinweis: Der Erwartungswert $\mathbf{E}[X]$ berechnet sich als

$$\mathbf{E}[X] = \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \mathbf{P}[n \text{ aufeinanderfolgende Sonnentage}].$$

Abgabe: Bis Mittwoch, den 23. November, 13 Uhr im Fach der/des entsprechenden Assistentin/Assistenten im HG E18.1

Hinweis: Eventuelle Fehler im Skript und Kommentare dazu können unter der folgenden URL mitgeteilt werden:

<http://www.math.ethz.ch/mkrichel/ws-feedback.html>