Übungsserie 1

1. Ein (vereinfachtes) Rechensystem besteht aus 2 Rechenknoten, die über schnelle Netzwerke mittels Message Passing (MPI) parallel genutzt werden können. Jeder Knoten besitzt ein System aus 6 Prozessoren (CPU).

Wir betrachten nun die Elementarereignisse $E_{ij} = (i, j)$, $0 \leq i \leq 6$, $0 \leq j \leq 6$, wobei
i = Anzahl zum Rechnen benutzter CPU's in Knoten 1
j = Anzahl zum Rechnen benutzter CPU's in Knoten 2

Die Elementarereignisse sind in folgender Tabelle zusammengestellt:

		Knoten 2						
(benutzte)	CPU	0	1	2	3	4	5	6
	0	(0,0)	(0,1)	(0,2)	(0,3)	(0,4)	(0,5)	(0,6)
	1	(1,0)	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
	2	(2,0)	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
Knoten 1	3	(3,0)	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
	4	(4,0)	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
	5	(5,0)	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
	6	(6,0)	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

a) Gib den Ereignisraum Ω an.

b) Gib das Ereignis "die Anzahl der benutzten CPU's ist in beiden Knoten gleich" an.

c) Gib das Ereignis "pro Knoten wird maximal 1 CPU benutzt" an.

Sei nun
A = {"insgesamt wird eine ungerade Anzahl CPU's benutzt"} = {1,3,5,7,9,11}
B = {"insgesamt werden die Hälfte oder weniger der CPU's benutzt"} = {0,1,2,3,4,5,6}

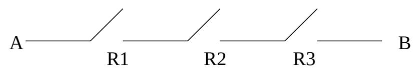
(Anmerkung: Genaugenommen benutzt man mit dieser bequemen Notation für A und B einen anderen Ereignisraum als in a); das spart aber viel Schreibarbeit.)

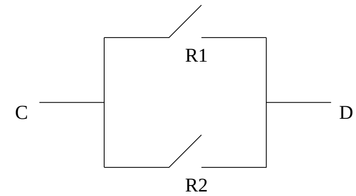
Wie sehen dann folgende Ereignisse aus:

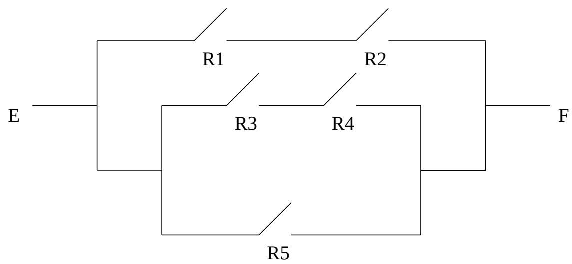
d) $A \cup B$ und $A \cap B$?

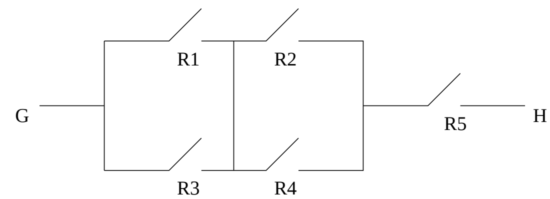
e) $(A \cup B)^C$ und $A^C \cap B^C$?

2. Gegeben sind folgende Schaltsysteme:









a) Mit E_i bezeichnen wir das Ereignis {“Schalter R_i ist geschlossen”}. Drücke die folgenden Ereignisse durch die E_i aus:
A_1 = {“Es fliesst Strom von A nach B”}
A_2 = {“Es fliesst kein Strom von A nach B”}
A_3 = {“Es fliesst Strom von C nach D”}
A_4 = {“Es fliesst kein Strom von C nach D”}
A_5 = {“Es fliesst Strom von E nach F”}
A_6 = {“Es fliesst Strom von G nach H”}

b) Berechne $\mathrm{P}[E_2|A_3]$ unter der Annahme, dass $\mathrm{P}[E_1] = 0.8$, $\mathrm{P}[E_1 \cap E_2] = 0.64$ und $\mathrm{P}[A_4] = 0.04$.

3. Zug A kommt zufällig zwischen 12.00 Uhr und 12.20 an und fährt nach einer festen Aufenthaltszeit von 10 Minuten weiter. Zug B kommt irgendwann zwischen 12.10 Uhr und 12.25 Uhr an und hat 5 Minuten Aufenthalt.

a) Wir interessieren uns für folgende Ereignisse:
E_1 = {“A kommt vor B an”}
E_2 = {“A und B treffen sich”}
E_3 = {“A und B kommen gleichzeitig an”}
Suche einen passenden Ereignisraum und charakterisiere darin die obigen Ereignisse.
Hinweis: graphische Lösung mit Hilfe eines kartesischen Diagramm (Abszisse: Ankunftszeit Zug A, Ordinate: Ankunftszeit Zug B).

b) Berechne die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse E_1 bis E_3 unter der Annahme, dass sich die Wahrscheinlichkeiten als normierte Flächeninhalte berechnen lassen, d.h.

$$\mathrm{P}[E_i] = \frac{\text{Fläche } E_i}{\text{Fläche Ereignisraum}}\,,\ i = 1, ..., 3\,.$$

Abgabe: Bis Mittwoch, den 9. November 2005, 13 Uhr im Fach der/des entsprechenden Assistentin/Assistenten im HG E18.1