

Lösungsskizze Übungsserie 10

1. Es gelten die folgenden Zuordnungen:

- H1-BP2-NQQ3: Fast symmetrisch, sehr kleine Streuung ($\rightarrow$ BP2), Normal QQ-Plot fast gerade mit empirischen Quantilen im kleineren Bereich im Vergleich zu NQQ4 ($\rightarrow$ NQQ3).
- H2-BP5-NQQ1: Lage gegen kleinere Werte hin verschoben, extreme Werte gegen oben ($\rightarrow$ BP5), positive Schiefe ($\rightarrow$ NQQ1).
- H3-BP1-NQQ5: Symmetrisch, grösste Streuung ($\rightarrow$ BP1), nicht glockenförmig ($\rightarrow$ NQQ5).
- H4-BP4-NQQ2: Lage gegen grössere Werte hin verschoben, extreme Werte gegen unten ($\rightarrow$ BP4), negative Schiefe ($\rightarrow$ NQQ2).
- H5-BP3-NQQ4: Fast symmetrisch, grössere Streuung als H1 ($\rightarrow$ BP3), Normal QQ-Plot fast gerade mit empirischen Quantilen im grösseren Bereich im Vergleich zu NQQ3 ($\rightarrow$ NQQ4).

2. Sei I der Fruchtsaftsinhalt einer Literflasche. Man weiss, dass I normalverteilt mit Erwartungswert $\mu = 1$ L und Standardabweichung $\sigma = 0.01$ L ist.

Es gilt also: $(I - 1)/0.01 \sim \mathcal{N}(0, 1)$.

a) Ausschussanteil:

$$\begin{aligned}
 P[|I - \mu| > 0.015] &= 2 \cdot P[I - \mu < -0.015] = 2 \cdot P\left[\frac{I - \mu}{\sigma} < -\frac{0.015}{\sigma}\right] \\
 &= 2 \cdot \Phi\left(-\frac{0.015}{\sigma}\right) = 2 \cdot \Phi\left(-\frac{0.015}{0.01}\right) \\
 &= 2 \cdot \Phi(-1.5) = 2 \cdot (1 - \Phi(1.5)) \\
 &= 2 \cdot (1 - 0.935) = 0.13 = 13\%
 \end{aligned}$$

b) Es ist:

$$\begin{aligned}
 0.99 &= P[1 - d \leq I \leq 1 + d] = P\left[\frac{I - 1}{\sigma} \leq \frac{d}{\sigma}\right] - P\left[\frac{I - 1}{\sigma} \leq -\frac{d}{\sigma}\right] \\
 &= \Phi\left(\frac{d}{\sigma}\right) - \Phi\left(-\frac{d}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{d}{\sigma}\right) - \left(1 - \Phi\left(\frac{d}{\sigma}\right)\right) \\
 &= 2 \cdot \Phi\left(\frac{d}{\sigma}\right) - 1
 \end{aligned}$$

Es folgt:

$$\begin{aligned}
 \Phi\left(\frac{d}{\sigma}\right) &= 0.995 \\
 \frac{d}{\sigma} &= \Phi^{-1}(0.995) = 2.576 \\
 d &= 2.576 \cdot \sigma = 2.576 \cdot 0.01 = 0.02576
 \end{aligned}$$

c) Es ist (Notation wie im Skript S. 116):

$$\text{Median} = 0.5 \cdot (x_{(8)} + x_{(9)}) = 0.5 \cdot (0.996 + 0.999) = 0.9975$$

$$a = 0.5 \cdot (x_{(4)} + x_{(5)}) = 0.5 \cdot (0.988 + 0.989) = 0.9885$$

$$b = 0.5 \cdot (x_{(12)} + x_{(13)}) = 0.5 \cdot (1.005 + 1.006) = 1.0055$$

$$\delta := b - a = 1.0055 - 0.9885 = 0.017$$

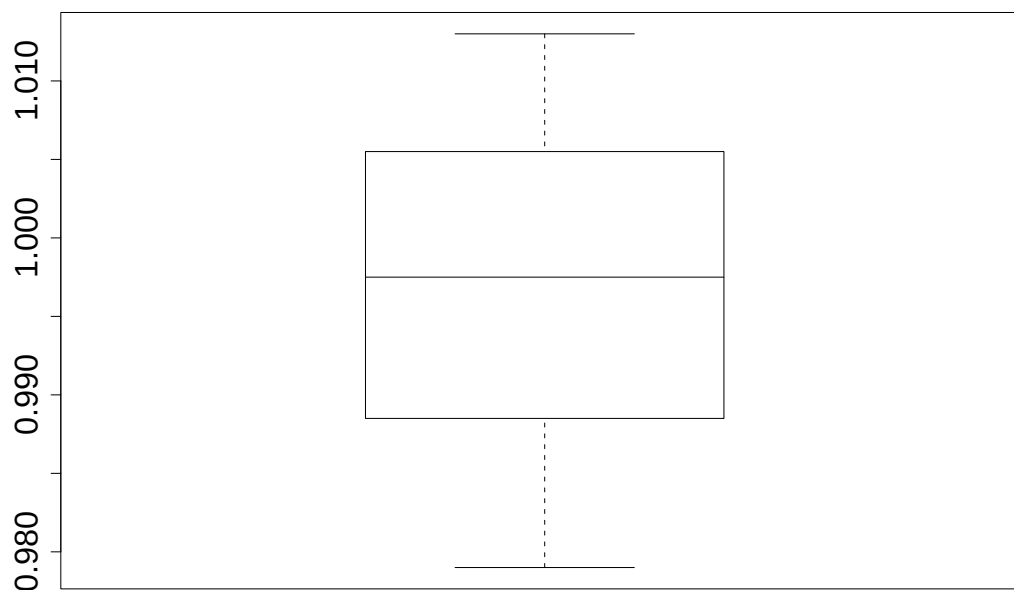
$$a - 1.5 \delta = 0.9885 - 1.5 \cdot 0.017 = 0.963$$

Keine Ausreisser von unten, denn $x_{(1)} = 0.979$.

$$b + 1.5 \delta = 1.0055 + 1.5 \cdot 0.017 = 1.031$$

Keine Ausreisser von oben, denn $x_{(16)} = 1.013$.

Boxplot:



Normalverteilungsannahme scheint zuzutreffen.

3. a) Zuerst müssen wir die Dichte anhand der Grafik bestimmen. Die Dichte besteht aus zwei Geraden, die von der Konstanten c abhängen, die zuerst bestimmt werden müssen:

Bereich 40-80kg:

$$f(x) = \frac{c}{40}x - c \quad (x = 40 \Rightarrow f(x) = 0, \text{ anhand der Grafik})$$

Bereich 80-120kg:

$$f(x) = -\frac{c}{40}x + 3c \quad (x = 120 \Rightarrow f(x) = 0, \text{ anhand der Grafik})$$

und $f(x) = 0$ in den übrigen Bereichen.

c bestimmen:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1 \Rightarrow 40 \cdot c = 1 \Rightarrow c = \frac{1}{40}$$

[1] 2

[1] 3

[1] 1

[1] 0

[1] 0

[1] 2

Die Zahl n wurde so bestimmt, dass die Gesamtnutzlast von 9000kg in 99% der Fälle nicht überschritten wird oder anderes ausgedrückt: Wir erwarten, dass bei 300 Fahrten die Limite ca. 3mal überschritten wird. Dies scheint in etwa zu stimmen. Bei 10000 simulierten Fahrten erwarten wir also ca. 100 Überschreitungen. Die Resultate von 10 Simulationen sehen folgendermassen aus: 57, 45, 51, 37, 51, 56, 49, 42, 44, 50.

Die Resultate sind tiefer als erwartet. Dies liegt an der Rundungsdifferenz des n , da ja $n=107.5672$. Würden wir nämlich 108 Personen zulassen, würde die Gesamtnutzlast von 9000kg bereits in 1.5% - 2% der Fälle überschritten.