

Übungsserie 11

1. Ein Photoapparat wird bezüglich Präzision der Verschlusszeiten untersucht. Bei einer Versuchseinstellung von 8 Millisekunden ergaben sich folgende Werte (in Millisekunden):

Versuchsnummer	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Verschlusszeit X	8.55	8.17	7.91	8.71	10.89	8.38	8.24	7.99	7.82

Das Mittel der Stichprobe \bar{x} beträgt 8.52, die Standardabweichung $s_x = 0.937$.

Kann man anhand dieser Daten sagen, dass die Verschlusszeit sich signifikant von 8 Millisekunden unterscheidet?

- a) Führe einen t-Test auf dem Niveau $\alpha = 0.05$ durch. Formuliere explizit:
- Modellannahmen
 - Nullhypothese
 - Alternative
 - Teststatistik
 - Verwerfungsbereich.
- b) Interpretiere das Testergebnis in Worten.
- c) Liegt $\mu = 8$ im 95%-Vertrauensintervall für den Erwartungswert μ der Verschlusszeit?
- d) Wir nehmen nun an, dass wir die wahre Streuung kennen und sie $\sigma = 0.4$ beträgt. Was ändert sich gegenüber a)? Führe nun den Test unter Berücksichtigung dieser Änderungen noch einmal durch.
2. Eine Firma behauptet, dass die mittlere Abweichung ihrer 10-Fuss Stahlträger 0.012 Zoll sei. Jemand kontrolliert eine Stichprobe von 10 Trägern und misst die folgenden Abweichungen:

0.0132, 0.0138, 0.0108, 0.0126, 0.0136, 0.0112, 0.0116, 0.0127, 0.0124, 0.0131 .

Wir nehmen an, dass die Messungen $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ -verteilt sind mit unbekanntem Parameter μ und σ^2 .

- a) Teste auf dem 5%-Niveau die Nullhypothese $\mu = 0.012$ gegen die Alternative $\mu > 0.012$.

Wir idealisieren nun die Situation und nehmen an, dass $\sigma = 0.001$ bekannt sei, sodass wir mit der Normal- statt der t-Verteilung arbeiten können.

- b) Bestimme den Verwerfungsbereich des Tests $\mu = 0.012$ gegen die Alternative $\mu > 0.012$.
- c) Berechne die Wahrscheinlichkeit eines Fehlers 2. Art für den in b) bestimmten Test, wenn der wahre Wert $\mu = 0.0125$, $\mu = 0.013$ bzw. $\mu = 0.014$ ist.
- d) Wenn man den Stichprobenumfang von $n = 10$ auf $n = 20$ erhöht, wie verändern sich dann die Wahrscheinlichkeiten von Aufgabe c) qualitativ? Wie steht es, wenn man $n = 10$ belässt und α von 5% auf 1% reduziert?

3. Ein Grossverteiler kauft bei einem regionalen Händler 2t Galia-Melonen ein. Der Händler garantiert dem Grossverteiler, dass maximal 4% der Melonen faul seien. Zur Kontrolle entnimmt der Grossverteiler zufällig 50 Melonen und untersucht, ob die Aussage des Händlers stimmt.
- Welche Verteilung eignet sich, um die Anzahl fauler Melonen unter den 50 untersuchten Melonen zu beschreiben? Welche Annahmen werden mit diesem Modell implizit gemacht.
 - Angenommen, unter den 50 Melonen befinden sich 4 faule. Hat der Händler über die Qualität seiner Melonen gemogelt? Formulieren Sie eine angemessene Nullhypothese und eine Alternative. Berechnen Sie für ein Signifikanzniveau von 5% den Verwerfungsbereich und führe den Test durch.
 - Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit eines Fehlers 2. Art für die Nullhypothese $p = 4\%$ gegen die Alternative $p = 10\%$? Welche Konsequenzen sind daraus zu ziehen?

Um die Rechnungen zu erleichtern, sind unten die kumulativen Verteilungsfunktionen $P(X \leq k)$ für die Binomialverteilung mit $p = 0.04$ bzw. $p = 0.1$ und $n = 50$ angegeben.

k	0	1	2	3	4	5	6	...
p=0.04	0.130	0.400	0.677	0.861	0.951	0.986	0.996	...
p=0.1	0.005	0.034	0.112	0.250	0.431	0.616	0.770	...

Abgabe: Bis Mittwoch, den 4. Februar, 13 Uhr, im Fach der/des entsprechenden Assistentin/Assistenten im HG E18.1.

Präsenz: Montag: 12-13, LEO C12.1.