

Übungsserie 9

1. Bei einer Gebäudeuntersuchung auf Asbest werden 3 Proben von 5l Luft abgesaugt und die Anzahl Asbest-Fasern in diesem Volumen gezählt. Man erhielt die 3 Werte $x_1 = 6$, $x_2 = 4$, $x_3 = 9$. Wir nehmen an, dass die Anzahl Fasern in einem Volumen von 5l eine Poisson- (λ) -verteilte Zufallsvariable ist. Der Parameter λ gibt also die mittlere Anzahl von Fasern in sehr vielen Proben an.
 - a) Gib einen Schätzwert für λ an.
 - b) Gib ein genähertes 95% Vertrauensintervall für λ an.
 - c) Der Wert 10 liegt nicht in diesem Vertrauensintervall. Heisst das, dass man nicht damit rechnen muss, in einer Probe 10 Fasern zu finden?

2. Eine Maschine presst Tabletten mit einem Sollgewicht von 2 g. Das Gewicht der Tabletten ist annähernd normalverteilt. Es werden 100 Tabletten genau gewogen: der Mittelwert ihrer Gewichte ist $\bar{X} = \bar{x} = 2008$ mg und die empirische Standardabweichung $s = 10$ mg.
 - a) Gib das 99%-Konfidenzintervall für das effektiv eingestellte Gewicht an.
 - b) Ist der Sollwert 2 g mit den Daten verträglich (auf dem 1%-Niveau)?
 - c) Wieviele Messungen wären nötig, um die Breite des 99%-Konfidenzintervalls kleiner als 2 mg zu haben ?

3. Der Flächeninhalt eines Quadrates der unbekanntnen Seitenlänge μ soll geschätzt werden. Dazu werden n unabhängige Messungen X_1, X_2, \dots, X_n der Seitenlänge durchgeführt, die zufälligen Schwankungen unterworfen seien. Die X_i haben Erwartungswert μ und Varianz σ^2 . Als Schätzer für den Flächeninhalt kann man nun \bar{X}^2 wählen.
 - a) Ist dieser Schätzer erwartungstreu, dh. gilt die Gleichung $\mathbf{E}[\bar{X}^2] = \mu^2$?
 - b) Um einen erwartungstreuen Schätzer zu erhalten betrachte Schätzer der Form $\bar{X}^2 - kS^2$, wobei
$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$
und k eine beliebige reelle Zahl ist. Welchen Wert muss man für k wählen, um einen erwartungstreuen Schätzer zu erhalten?

Abgabe: Bis Mittwoch, den 21. Januar 2004, 13 Uhr, ins Fach der/des entsprechenden Assistentin/Assistenten im HG E18.1 (hinten links, rote Fächer).

Präsenz: Montag: 12-13, LEO C12.1.