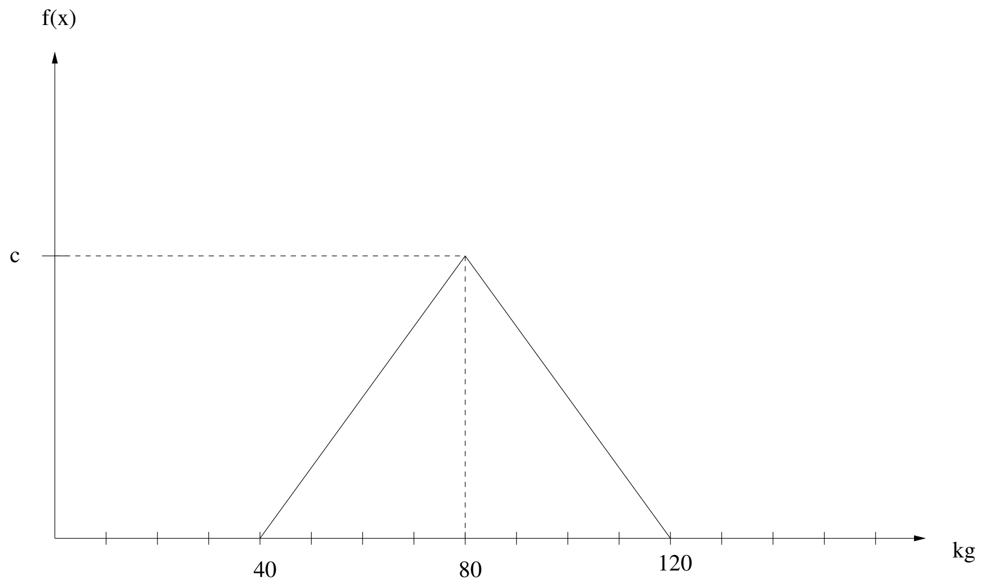
Übungsserie 8

1. Für eine Luftseilbahn soll die obere Schranke n für die Anzahl der zu befördernden Personen pro Fahrt so bestimmt werden, dass mit Wahrscheinlichkeit grösser gleich 0.99 die Gesamtnutzlast von $G = 9000$ kg nicht überschritten wird.

Die Zufallsvariable X bezeichne das Gewicht einer zufällig ausgewählten Person in Winterbekleidung und mit Skiausrüstung. Wir nehmen an, dass X die folgende Dichte $f(x)$ hat:



a) Bestimme c und berechne $\mathbf{E}[X]$ und $\mathrm{Var}(X)$.

b) Bestimme n mittels Approximation durch die Normalverteilung.

c) Simuliere (mit Taschenrechner oder Maple oder Mathematica oder S-Plus (Statistiksoftware, Aufbau ähnlich zu Maple) oder R (= GNU S-Plus) oder C oder etc.) 300 Fahrten der Luftseilbahn mit der in b) gefundenen Maximalzahl n von Passagieren. Wie oft wird die Gesamtnutzlast überschritten?
Entspricht das Resultat Deiner Erwartung?
Hinweis: Wenn Y_1, Y_2 zwei unabhängige Zufallsvariablen bezeichnen, welche uniform auf $[20, 60]$ verteilt sind, so hat $Y_1 + Y_2$ die obige Dichte f.
Anmerkung: R ist auf den Studentenrechner im HG zugänglich unter *Start / Programs / Statistics / R /* . Die Software und Dokumentationen sind auch zu finden unter `http://stat.ethz.ch/CRAN/`.

2. Von Zeit zu Zeit werden in der Schweiz eine grössere Anzahl Autos durch Hagel oder Sturm (Windgeschwindigkeit $>$ 75km/h) beschädigt. Eine grosse Schweizer Versicherung möchte nun ein passendes Modell für das Ereignis "mehr als 1000 beschädigte Autos durch Hagel oder Sturm" finden. Dazu hat sie in den letzten 21 Jahre geschaut, wie oft dieses Ereignis pro Jahr vorkam.

In der folgenden Tabelle ist dargestellt, wie oft so ein Ereignis in einen Jahr vorkam ("j") und in wievielen Jahren insgesamt dieses Ereignis beobachtet wurde ("Beobachtet").

j	Beobachtet
0	6
1	1
2	3
3	2
4	3
5	0
6	1
7	5

Dh. also es gab 6 Jahre mit je 0 Ereignissen, 1 Jahr mit je 1 Ereignis, 3 Jahre mit je 2 Ereignissen usw.

Die Versicherung vermutet, dass man die Daten mit der Poissonverteilung

$$\mathrm{P}\left[X=j\right]=p(j)=e^{-\lambda}\frac{\lambda^{j}}{j!}$$

sinnvoll modellieren kann.

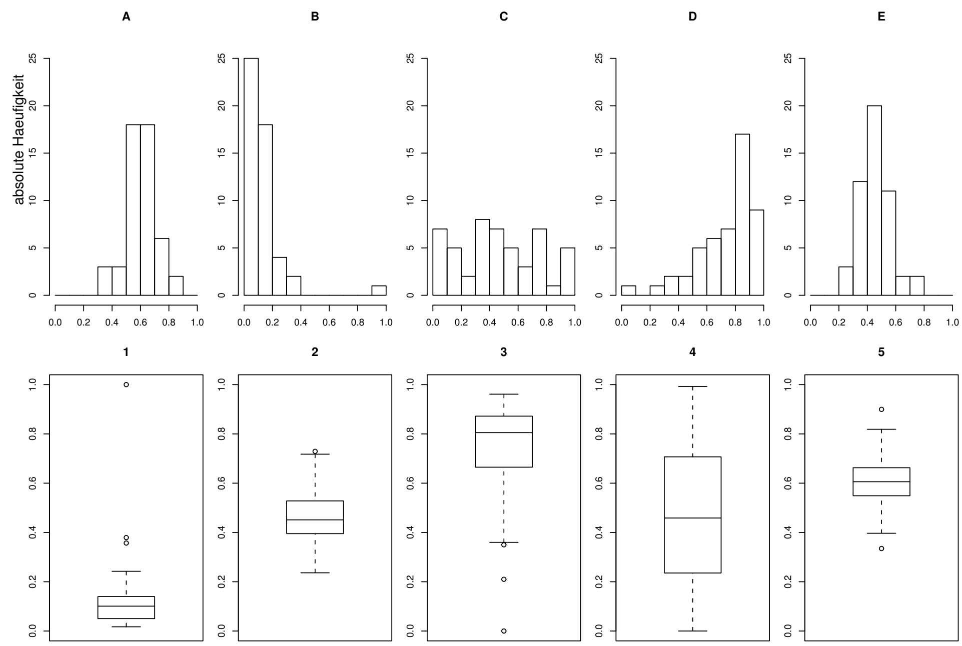
Stimmt diese Vermutung? Um diese Frage zu beantworten, gehst du nun Schritt für Schritt die folgenden Unteraufgaben durch:

a) Schätze den Parameter λ aus den Daten.

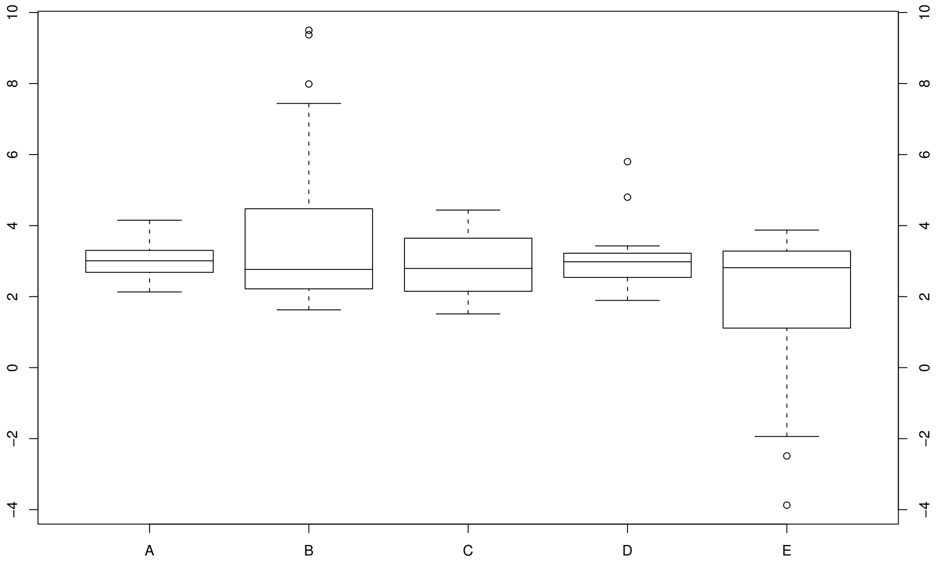
b) Berechne die erwarteten Häufigkeiten von $X=0$, $X=1$, $X=2$, $X=3$, $X\geq 4$

c) Führe einen χ^2-Anpassungstest durch (fasse die Klassen $j=4$, $j=5$, $j=6$, $j=7$ zusammen). Was kannst du schliessen?

3. **a)** Für fünf Stichproben vom Umfang $n=50$ wurden je ein Histogramm und ein Boxplot gezeichnet. Ordne die fünf Boxplots den entsprechenden Histogrammen zu.

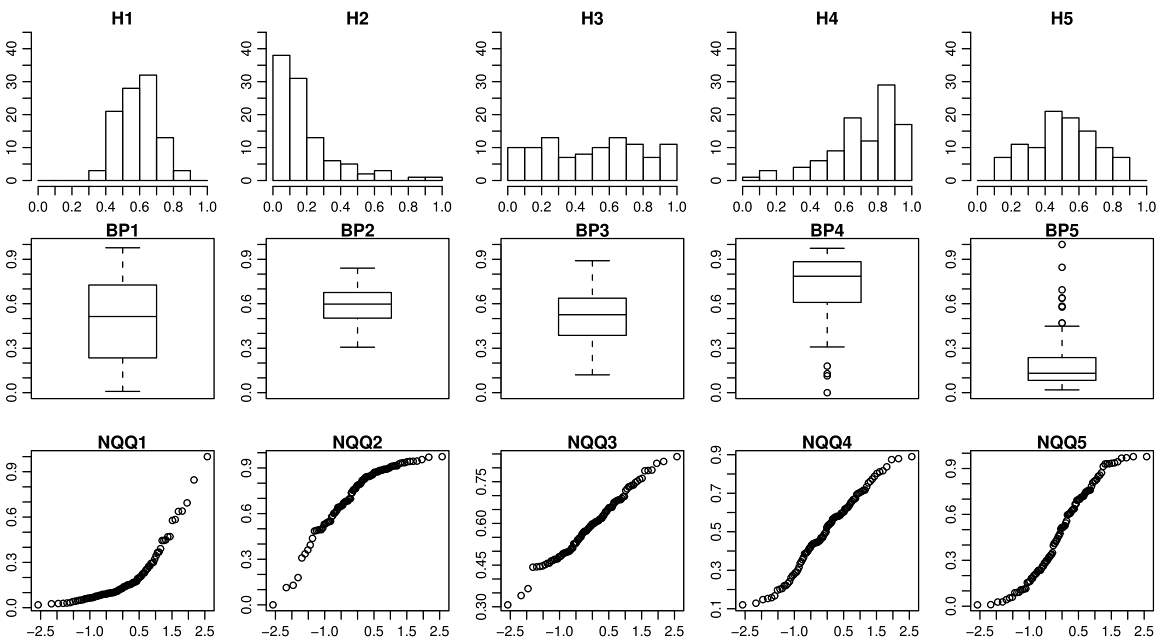


b) Von fünf Stichproben vom Umfang $n=30$ stehen je ein Boxplot sowie drei Kennzahlen zur Verfügung. Ordne die Boxplots den Kennzahlen zu.



Stichprobe	1	2	3	4	5
Mittelwert	1.93	3.8	3.04	2.92	3
Varianz	4.01	5.13	0.26	0.68	0.55
1. Quartil	1.17	2.24	2.69	2.16	2.55

4. Für fünf Stichproben vom Umfang $n = 100$ wurden je ein Histogramm, ein Boxplot und ein Normal QQ-Plot gezeichnet. Ordne jeder Stichprobe ihre graphischen Darstellungen zu. Gib für jede Zuordnung eine kurze Begründung.



Abgabe: Bis Mittwoch, den 14. Januar 2004, 13 Uhr, im Fach der/des entsprechenden Assistentin/Assistenten im HG E18.1 (hinten links, rote Fächer).

Präsenz: Montag: 12-13, LEO C12.1.