

Übungsserie 3

1. Eine Versicherungsgesellschaft hat zwei Kategorien von AutofahrerInnen unter ihren Versicherten: sichere FahrerInnen mit einer Unfallwahrscheinlichkeit von 0.1 und unsichere FahrerInnen mit einer Unfallwahrscheinlichkeit von 0.5 pro Jahr. Der Anteil der sicheren AutofahrerInnen ist 70%, 30% sind unsicher.
 - a) Die Gesellschaft möchte wissen, wie wahrscheinlich es ist, dass eine sichere FahrerIn, resp. ein unsichere FahrerIn die nächsten 5 Jahre unfallfrei fährt.
 - i) Welche Annahme(n) müssen Sie treffen, um das berechnen zu können?
 - ii) Wie gross sind die beiden Wahrscheinlichkeiten?
 - b) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine versicherte Person, von der man nicht weiss, zu welcher Kategorie sie gehört, im nächsten Jahr einen Unfall hat?
 - c) Ein Kunde, der seit einem Jahr bei dieser Versicherungsgesellschaft ist, hat in diesem Jahr einen Unfall gehabt. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass dieser Kunde ein unsicherer Fahrer ist?
 - d) Wie gross wird die Prämie für den Kunden von Aufgabe c), wenn die Gesellschaft die Formel
$$\text{Prämie} = \text{Fr. } 400.- \times \text{Wahrscheinlichkeit eines Unfalls im nächsten Jahr für diesen Kunden.}$$
verwendet?

2. In den folgenden Teilaufgaben sind einige Situationen geschildert, zu denen Du ein mögliches stochastisches Modell (**Verteilung mit** den zugehörigen **Parametern**) angeben sollst.
 - a) Eine gewisse Konzentration einer Chemikalie im Wasser führt bei 30% der Fische zum Tod innerhalb von 24 Stunden. Weil die Chemikalie im Wasser sehr schwierig nachzuweisen ist, verwendet man Fische als Bioindikatoren. Dazu werden 20 Fische in einen Wassertank gebracht, dessen Wasser mit der oben erwähnten Chemikalie und Konzentration verschmutzt ist (wir nehmen an, dass sich die Fische unabhängig voneinander verhalten).
Wie ist die Anzahl X toter Fische nach einem Tag verteilt?
 - b) Ein kleiner Landkiosk verkaufte im letzten Quartal jeweils von 06:30-09:30 im Mittel pro Stunde 4 Exemplare der Regionalzeitung.
 - i) Wie ist die Anzahl Y_1 von Zeitungen, die in einer Stunde verkauft werden, verteilt?
 - ii) Wie ist die Anzahl Y_2 verkaufter Zeitungen im Zeitraum von 06:30 bis 09:30 verteilt?
 - c) Die Fluggesellschaften wissen, dass in der Regel nur 86% der gemeldeten Passagiere erscheinen (aus: *SAS Communications*, 4/1992). Deshalb werden für ein 130-plätziges Flugzeug insgesamt 140 Tickets verkauft, d.h. der Flug wird überbucht.
Wie ist die Anzahl Z der tatsächlich erscheinenden Personen verteilt, unter der Annahme, dass die Personen unabhängig voneinander erscheinen?

Bitte wenden!

- 3.** Die Schweizer Bevölkerung trank 4.14 Mio Hektoliter Bier (58.5 Liter pro Kopf) im Jahre 2000. Davon wird 60% in Mehrwegflaschen mit Pfand verkauft. Zweck von Mehrwegflaschen ist, durch ihr mehrmaliges Verwenden die Herstellungsenergie, Umweltbelastung und Abfallmenge zu senken. Schauen wir also das Ganze einmal genauer an:

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Mehrwegflasche nicht zurückgebracht wird, ist $p = 0.03$.

- i) An einem Getränkestand einer Grossveranstaltung wurden in den letzten paar Minuten 37 solcher Pfandflaschen verkauft.
 - a) Die Zufallsvariable X sei die Anzahl nicht zurückgebrachter (leeren) Flaschen. Welches ist die Verteilung von X , und was ist die erwartete Anzahl leerer Flaschen, die nicht zurückgebracht werden?
 - b) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass von den 37 Flaschen mehr als 2 nicht zurückgebracht werden?
- ii) Wir schauen nun allgemein das Leben einer zufällig ausgewählten Mehrwegflasche an, dabei nehmen wir an, dass diese Flasche mehrmals zurückgebracht wird.
 - c) Die Zufallsvariable Y beschreibt, wie oft diese Flasche gebraucht wird (d.h. wenn die Flasche k -mal gebraucht wird, dann wird sie $k - 1$ -mal zurückgebracht und beim k -ten mal anderweitig entsorgt). Welche Verteilung hat Y und was ist die erwartete Anzahl Verwendungen dieser Flasche?
 - d) Mehrwegflaschen sind (im Durchschnitt) bis zu 40mal wiederverwendbar, bevor sie definitiv entsorgt werden müssen. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Flasche mehr als 40mal zurückgebracht wird?

Hinweis: $s_n = a_0 + a_0q + a_0q^2 + \dots + a_0q^n = a_0 \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1}$ wobei $q \neq 1$.

Abgabe: Bis Mittwoch, den 19. November, 13 Uhr, im Fach der/des entsprechenden Assistentin/Assistenten im HG E18.1 (hinten links, rote Fächer).

Präsenz: Montag: 12-13, LEO C12.1.