

Übung 3

1. In der Stadt Zürich gibt es bekanntlich viele Baustellen. Die Wartezeit bei einer Baustelle liegt zwischen 0 und 20 Minuten. Die Dichte $f(t)$ der Wartezeit hat ihr Maximum bei $t = 0$ Minuten und nimmt linear auf null ab bei $t = 20$ Minuten.
 - a) Bestimme die Dichtefunktion $f(t)$, die mittlere Wartezeit (Erwartungswert) und die Varianz der Wartezeit.
 - b) Franz ist stolzer Autobesitzer und möchte die Stadt durchqueren. Er kennt einen Weg, bei dem er nur an 10 Baustellen vorbei muss. Welchen mittleren Zeitverlust muss Franz einberechnen?

2. Wähle aus der folgenden Liste zu jeder Situation (jeder Zufallsvariablen) eine Verteilung, die Du am ehesten für passend ansiehst!

Situationen:

- $X^{(a)}$ sei die Anzahl Lokomotiven der SBB, die in der nächsten Woche einen Defekt haben.
- $X^{(b)}$ sei die Lebensdauer in der Schweiz im 17. Jahrhundert.
- $X^{(c)}$ sei der Rundungsfehler einer Messung, die auf eine Stelle nach dem Dezimalpunkt gerundet ist.
- $X^{(d)}$ sei die Anzahl Gewinner mit 4 Richtigen im Schweizer Zahlenlotto.
- $X^{(e)}$ sei die Anzahl fauler Äpfel in einer Packung zu 6 Stück.
- $X^{(f)}$ sei die Lebensdauer (in Jahren) eines radioaktiven Teilchens.
- $X^{(g)}$ sei der Wirkstoffgehalt (in mg) einer Tablette.
- $X^{(h)}$ sei der Nadelverlust (in %) einer zufällig ausgewählten Fichte eines Schweizer Gebirgswaldes.

Liste der Verteilungen:

- Binomial
- Poisson
- Andere diskrete Verteilung
- Normal
- Exponential
- Uniform
- Andere stetige Verteilung

3. Ein Grossverteiler möchte schätzen, welcher Anteil seiner soeben erstandenen 2t Galia-Melonen bereits faul ist. Dazu entnimmt er der Ladung zufällig 80 Melonen und stellt zu seinem Entsetzen fest, dass 30 bereits faul sind.
- Geben Sie eine Schätzung für den Anteil fauler Melonen in der ganzen Ladung an.
 - Berechnen Sie ein 95%-Vertrauensintervall für den Anteil fauler Melonen. Sie können dazu die Normalverteilungsapproximation verwenden.
 - Kontrollieren Sie die Rechnung in b) mit Hilfe des Nomogramms. Welche Grenzen lesen Sie aus der Grafik heraus?
4. Eine gut eingestellte Maschine presst Tabletten mit einem Sollgewicht von 2g. Das Gewicht der Tabletten ist annähernd normalverteilt mit $\sigma = 10\text{mg}$. Von Zeit zu Zeit ist, wegen mechanischer Beanspruchung, eine Neujustierung der Maschine nötig um das Idealgewicht von 2g einzuhalten. Nach der Neujustierung werden 100 Tabletten genau gewogen. Der Mittelwert ihrer Gewichte ist $\bar{x} = 2008\text{mg}$.
- Wir nehmen als erstes an, dass das Gewicht der Tabletten $\mathcal{N}(2000, 10^2)$ ist. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Tablette zwischen 1995mg und 2005mg wiegt?
 - Gebe nun das 99%-Konfidenzintervall für das effektiv eingestellte Gewicht an. (σ ändert sich bei der Justierung nur unwesentlich)
Hinweis: Die kumulative Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung erfüllt $\Phi(2.58) = 0.995$.
 - Wieviele Messungen wären nötig, um die Breite des 99%-Konfidenzintervalls kleiner als 2mg zu haben?
 - Nach einer erneuten Neujustierung werden 8 Tabletten gewogen. Die erhaltenen Werte sind:
Gewicht in mg: 1997 2004 2000 2019 2000 2024 1997 1999
Man weiss, dass sich nun die Streuung geändert haben könnte, kennt sie aber nicht. Berechne nun das 95%-Konfidenzintervall für das effektiv eingestellte Gewicht.

Vorbesprechung: Freitag, 28.11.2003 in der Übungsstunde

Abgabe: Donnerstag, 4.12.2003 in der Vorlesung

Präsenz: Montag, 12-13 Uhr im LEO C12.1