

## Übung 2

1. In der nachfolgenden Tabelle wird die Wahrscheinlichkeit angegeben, dass eine männliche Person in der Altersklasse „ $10(i-1)$  Jahre  $<$  Alter  $\leq 10i$  Jahre“ ( $i = 1, \dots, 11$ ) stirbt.

Altersklasse (Jahren)	Wahrscheinlichkeit	Kum. Verteilungsfunktion
$00 < \text{Alter} \leq 10$	0.010	0.010
$10 < \text{Alter} \leq 20$	... <i>a</i> )	0.016
$20 < \text{Alter} \leq 30$	0.016	0.032
$30 < \text{Alter} \leq 40$	0.016	... <i>b</i> )
$40 < \text{Alter} \leq 50$	0.026	0.074
$50 < \text{Alter} \leq 60$	... <i>c</i> )	0.137
$60 < \text{Alter} \leq 70$	0.153	0.290
$70 < \text{Alter} \leq 80$	0.287	0.577
$80 < \text{Alter} \leq 90$	0.322	... <i>d</i> )
$90 < \text{Alter} \leq 100$	0.098	0.997
$100 < \text{Alter} \leq 110$	... <i>e</i> )	1.000

Quelle : Sterbetafeln für die Schweiz 1988/1993, Bundesamt für Statistik

- a) Ergänze die obige Tabelle. Zeichne die Wahrscheinlichkeitsfunktion und die kumulative Verteilungsfunktion  $F(k)$  über die Altersklassen. Kommentiere die Diagramme. Welche Bedeutung hat die kumulative Verteilungsfunktion  $F(k)$  in dieser Aufgabe? Welche Bedeutung hat  $1 - F(k)$ ?
- b) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass jemand im Alter zwischen 30 und 60 Jahren ( $30 < \text{Alter} \leq 60$ ) stirbt ? Berechne diese Wahrscheinlichkeit einmal mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitsfunktion und einmal mit Hilfe der kumulativen Verteilungsfunktion.
- c) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, über den 80. Geburtstag hinaus zu leben?
2. Das Spital SCHNELLGESUND hat zwei Operationsäle. Da das Spital nicht weiss, ob zwei Operationssäle genug sind oder ob es vielleicht einen Dritten benötigt, macht es ein paar Berechnungen. Folgende Informationen stehen dem Spital zur Verfügung:  
Die Wahrscheinlichkeit, dass beide Säle belegt sind, ist 0.5. Die Wahrscheinlichkeit, dass der erste Saal belegt ist, nicht aber der Zweite, ist 0.3 und dass der Erste frei ist, aber der Zweite nicht, beträgt 0.1.
- a) Die vierte und letzte mögliche Situation ist somit, dass beide Säle frei sind. Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass beide Säle frei sind?
- b) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass der zweite Operationssaal frei ist?
- c) Ein Patient, der operiert werden muss, wird eingeliefert. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Spital gerade mindestens einen freien Operationssaal hat?

3. Corinne trifft sich mit zwei Freundinnen Anna und Barbara um Billard zu spielen. Die beste Spielerin ist Barbara, gegen die Corinne nur mit 40% Wahrscheinlichkeit gewinnt. Corinne spielt aber besser als Anna und gewinnt gegen sie mit 55% Wahrscheinlichkeit. Anna schlägt Barbara nur mit 35% Wahrscheinlichkeit.

- a) In einem Turnier spielt einmal jede gegen jede. Berechnen Sie die Gewinnchancen jeder Spielerin zweimal zu gewinnen und somit das gesamte Turnier zu gewinnen.
- b) Zuerst spielt Corinne gegen Barbara. Die Gewinnerin spielt dann gegen Anna. Gesamtsiegerin ist, wer das zweite Spiel gewinnt. Wer hat nun die grössere Wahrscheinlichkeit zu gewinnen?
- c) Anna und Barbara bilden eine Mannschaft gegen die Corinne spielen muss. Es werden drei Runden gespielt, bei denen Corinne abwechslungsweise gegen Anna oder Barbara spielt. Corinne gewinnt das Turnier aber nur, falls sie zwei Runden hintereinander gewinnt; sie darf aber wählen, gegen wen sie zuerst antreten will. Wie sollte sie sich entscheiden?

4. Die Zufallsvariable  $X$  habe folgende Dichte:

$$f(x) = \begin{cases} c \frac{1}{x^2+1} & : -2 \leq x \leq 4 \\ 0 & : \text{sonst} \end{cases}$$

- a) Bestimme die Konstante  $c$ .
- b) Berechne die Verteilungsfunktion von  $X$ .
- c) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass  $X$  einen Wert zwischen 1 und 2 annimmt.
- d) Berechne den Erwartungswert  $E(X)$  und die Varianz  $\text{Var}(X)$ .
- e) Die Zufallsvariable  $Y$  habe die gleiche Verteilung wie  $X$  und sei unabhängig von  $X$ . Berechne die Varianz von  $2X$  und von  $X + Y$  sowie die Varianz vom Durchschnitt von  $X$  und  $Y$ .

**Vorbesprechung:** Freitag, 14.11.2003 in der Übungsstunde

**Abgabe:** Donnerstag, 20.11.2003 in der Vorlesung

**Präsenz:** Montag, 12-13 Uhr im LEO C12.1