Bachelorprüfung: Statistik Musterlösung

1. a)

$$\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(d_i - \bar{d})^2 (= 235.84)^2 \textbf{ (1 Punkt)} \tag{1}$$

wobei $\bar{d} = -20$.

b) Gepaart. Jeder Fahrer fährt einmal mit und einmal ohne System **(1 Punkt)**.

c) $H_0 : \mu \geq 0, H_A : \mu < 0$ **(1 Punkt)**.

d)

$$-\frac{\sigma}{\sqrt{n}} t_{n-1,1-\alpha} = -\frac{235.84}{\sqrt{5}} 2.132 = -224.86 < \bar{d} \tag{2}$$

Also wird die Nullhypothese beibehalten. **(2 Punkte)**

e)

$$I = (-\infty, \bar{x}_n + \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} t_{n-1,0.95}] = (-\infty, -20 + \frac{235.84}{\sqrt{5}} * 2.132] = (-\infty, 204.86] \textbf{ (1 Punkt)} \tag{3}$$

f)

$$-\frac{63.31 * 2.132}{\sqrt{5}} < \bar{d} \tag{4}$$

Also wird die Nullhypothese beibehalten. **(1 Punkt)** Eine grosse Varianz bedeutet, dass (für festes Signifikanzlevel) die Nullhypothese nur schwer verworfen werden kann. Denn wenn die Werte stark streuen, kann nur mit kleiner Sicherheit angenommen werden, dass die Nullhypothese nicht doch zutrifft. Somit wird hier die Nullhypothese - die Varianz ist zwar deutlich kleiner als oben, aber immer noch sehr gross - wieder nicht verworfen.**(1 Punkt)**

2. **a)** Binomialverteilung. **(1 Punkt)**

b) n gross, π klein. **(1 Punkt)**.
$\lambda = n\pi = 1$ **(1 Punkt)**

c)

$$\mathcal{P}_{Bin}(X < 2) = 0.999^{n-1}(0.999 + 1) = 0.7358 \tag{5}$$

Also

$$\mathcal{P}_{Bin}(X \geq 2) = 0.2642 \textbf{ (1 Punkt)} \tag{6}$$

Weiterhin gilt

$$\mathcal{P}_{Poiss}(X < 2) = 0.7358 \tag{7}$$

Also

$$\mathcal{P}_{Poiss}(X \geq 2) = 0.2642 \textbf{ (1 Punkt)} \tag{8}$$

Schliesslich

$$\mathcal{P}_{Bin}(X = 1) = 0.3680 \textbf{ (1 Punkt)} \tag{9}$$

und

$$\mathcal{P}_{Poiss}(X = 1) = 0.3679 \textbf{ (1 Punkt)} \tag{10}$$

d) 0.001 **(1 Punkt)**

3. **a)** 284.8. **(1 Punkt)**

b) $0.2^4 * 0.8 = 0.00128$. **(1 Punkt)**
$4 * 0.2 * 0.8^3 = 0.4096$ **(1 Punkt)**

c)

$$Z = \frac{S_n - n\pi}{\sqrt{n\pi(1-\pi)}} \tag{11}$$

ist normalverteilt. Es gilt hier $Z = -3.153$. Also

$$\Phi(-3.153) = 1 - \Phi(3.153) \approx 0.0008 \text{ \textbf{(2 Punkt)}} \tag{12}$$

d) $H_0 : \pi = 0.8, H_A : \pi \neq 0.8$ **(1 Punkt)**

$$|\frac{S_n}{n} - 0.8| = 0.0669 \tag{13}$$

$$\frac{\sqrt{0.8 * 0.2}}{\sqrt{356}} \Phi^{-1}(0.975) = 0.04155 =: I \tag{14}$$

Die Nullhypothese kann also verworfen werden. **(2 Punkte)**

e)

$$|\frac{271}{356} - 0.8| = 0.03876 < I \tag{15}$$

$$|\frac{270}{356} - 0.8| = 0.04157 > I \tag{16}$$

$$|\frac{300}{356} - 0.8| = 0.0427 > I \tag{17}$$

$$|\frac{299}{356} - 0.8| = 0.0399 < I \tag{18}$$

Also für $x \in [271, 299] \cap N$. **(2 Punkte)**

4. Je einen Punkt für:

1) a (14)
2) b (0.0259)
3) e (-56.81)
4) c ($-80.667 \pm 2.145 \cdot 1.420$)
5) b (nein)
6) a (ja)
7) a (23.48)
8) d (systematische Fehler)

5. Je einen Punkt für:

1) e (13)
2) f (Keine der Antworten trifft zu)
3) d ($\Phi(2) - \Phi(-2)$)
4) a (immer)
5) d ($c \geq 3$)
6) b (nein)
7) f (andere Zahl)
8) e (1b,2c,3a)