

Schriftliche Prüfung (120 Minuten)

Bemerkungen:

- Alle schriftlichen Hilfsmittel und ein Taschenrechner sind erlaubt.
- Mobiltelefone sind auszuschalten!
- Die Prüfung besteht aus insgesamt **20 Aufgaben**.
- Markieren Sie Ihre Antworten auf dem beiliegenden **Antwortblatt**.
- Verweilen Sie nicht zu lange bei einem Aufgabenteil, der Ihnen grosse Schwierigkeiten bereitet!
- Jede Aufgabe besteht aus mehreren Aussagen. Pro Aufgabe kann keine, eine oder mehrere Aussagen richtig sein.
- Für jede Aussage gibt es 1 Punkt, wenn sie korrekt markiert wird. 1 Punkt wird abgezogen, wenn eine Aussage falsch markiert wird. Wenn eine Aussage nicht markiert wird, gibt es keinen Punkt, es wird aber auch kein Punkt abgezogen. Die Punkte werden über die gesamte Prüfung summiert.

Viel Erfolg!

I. Binomialverteilung und -test

1. Beurteilen Sie die folgenden Aussagen:

- a) Eine Binomialverteilung mit $n = 13$ und $p = 0.4$ kann gut durch eine Normalverteilung approximiert werden.
- b) Eine faire Münze wird 25 mal unabhängig voneinander geworfen. M ist die Zufallsvariable, die die Anzahl Würfe mit Kopf beschreibt. M kann gut durch eine Binomialverteilung mit $n = 25$ und $p = 0.5$ modelliert werden.
- c) Auf einem Flohmarkt haben wir einen schönen fairen zwanzigseitigen Würfel gefunden. Die Zufallsvariable W ist die Zahl, die nach einem Wurf oben liegt. Es gilt $W \sim Be(p = 1/20)$.
- d) An einer Tombola hat es noch 7 Lose und es stehen noch 3 Preise auf dem Tisch. Wir kaufen 3 Lose. Die Anzahl Gewinne folgt einer hypergeometrischen Verteilung.

2. Angenommen es ist $X \sim \text{Bin}(n = 12, p = 0.1)$. Dann gilt ...

- a) $E[X] = 1.2$.
- b) $\text{Var}(X) = 1.8$.
- c) $P(X = 4) = \binom{12}{4} \cdot 0.1^4 \cdot 0.9^8$.
- d) $P(X \leq 2) \approx 0.89$.

3. Beurteilen Sie folgende Aussagen.

- a) Ein zweiseitiger Binomialtest ist insbesondere dann sinnvoll, wenn man auffällig grosse und auffällig kleine Gewinnwahrscheinlichkeiten erkennen will.
- b) Ein Pharmaunternehmen prüft mit einem Binomialtest, ob die Wirksamkeit einer neuen Chemikalie Z besser als 0.2 ist. Da die Forscher nichts verpassen wollen, maximieren Sie die Macht mit der Alternative $H_A : p \neq 0.2$.
- c) Das Modell eines Binomialtests sei $X \sim \text{Bin}(28, 0.2)$ unter der Nullhypothese. Wir schätzen die Gewinnwahrscheinlichkeit aus den Daten mit $\hat{p} = 0.18$. Die Teststatistik hat dann die Verteilung $T \sim \text{Bin}(28, 0.18)$.
- d) Wir haben einen Binomialtest durchgeführt und erhalten einen P-Wert von 0.03. Wir können somit die Nullhypothese also auf dem 5% Signifikanzniveau verwerfen.

4. Wir möchten einen Binomialtest mit dem Modell $X \sim \text{Bin}(n = 10, p)$, $H_0 : p = 0.5$ und $H_A : p > 0.5$ auf dem 5% Signifikanzniveau durchführen.

- a) Der Verwerfungsbereich für die Teststatistik ist $K = \{8, 9, 10\}$.
- b) Wenn man den Test auf dem 1% Signifikanzniveau durchführt, wird der Verwerfungsbereich gleich viele oder weniger (aber nicht mehr) Elemente enthalten.
- c) Wenn man den Test mit $p = 0.4$ anstelle von $p = 0.5$ durchführt, wird der Verwerfungsbereich gleich viele oder mehr (aber nicht weniger) Elemente enthalten.
- d) Angenommen der Verwerfungsbereich für die Anzahl Erfolge ist $K = \{8, 9, 10\}$ und wir beobachten sieben Erfolge. Damit ist bewiesen, dass die Nullhypothese stimmt.

-
5. Bei einem Binomialtest ($n = 10, \alpha = 0.05$) wurde der Verwerfungsbereich $K = \{0, 1\}$ konstruiert.
- a) Die Macht berechnet sich als $1 - \alpha$.
 - b) Die Macht entspricht der Wahrscheinlichkeit die Nullhypothese zu verwerfen, wenn die Alternative stimmt.
 - c) Die Macht für die Alternative $H_A : p = 0.2$ ist 0.45.
 - d) Die Macht für die Alternative $H_A : p = 0.3$ ist kleiner als die Macht für die Alternative $H_A : p = 0.2$.
6. Welche der folgenden Aussagen ist richtig und welche ist falsch?
- a) Der P-Wert entspricht der Wahrscheinlichkeit unter der Nullhypothese genau den errechneten Wert der Teststatistik oder einen weniger extremen (im Sinne der Alternative) zu erhalten.
 - b) Eine faire Münze wurde 10-mal geworfen und hat achtmal Kopf gezeigt. Wir führen einen Binomialtest mit diesen Daten durch (X : Anzahl Kopf bei 10 Würfeln; $H_0 : p = 0.5, H_A : p > 0.5$). Der P-Wert ist dann kleiner als 1%.
 - c) Bei einem falschen Würfel wurde bei 50 Würfeln 28 mal die 6 gewürfelt. Die Wahrscheinlichkeit eine 6 zu würfeln liegt mit 95% Wahrscheinlichkeit im Bereich $[0.42, 0.70]$? (Verwenden Sie eine geeignete Normalapproximation)
 - d) Ein 95%-Vertrauensintervall enthält den wahren Parameter mit einer Wahrscheinlichkeit von 95%.

II. t-Test

7. Ein Institut für Umwelttoxikologie hat die Konzentration von illegalen Substanzen im Abwasser verschiedener schweizer Städte während einer Woche untersucht. Grund für die Studie war eine Aussage einer vielgelesenen Gratiszeitung, dass in Zürich viel mehr Drogen konsumiert werden als anderswo. Nachfolgend sehen Sie eine Tabelle mit den Ecstasy (MDMA) medianen Konzentrationen aus Zürich und Basel:

	Mo	Di	Mi	Do	Fr	Sa	So
Basel	9.6	7.8	7.7	8.5	19.0	24.0	15.8
Zürich	8.4	7.9	7.5	8.8	18.9	27.1	16.2
Differenz	-1.2	0.1	-0.2	0.3	1.8	3.1	0.4

Nehmen Sie an, dass die täglichen Differenzen D der Konzentration von Ecstasy im Abwasser in Zürich minus der Konzentration in Basel unabhängig voneinander normalverteilt mit Erwartungswert μ_D und Standardabweichung σ_D sind. Aus den Daten wurden $\hat{\mu}_D = \bar{D} = 0.61$ und $\hat{\sigma}_D = s_D = 1.41$ geschätzt.

Beurteilen Sie folgende Aussagen.

- Es handelt sich um ungepaarte Stichproben.
 - Bei einem gepaarten t-Test müssen die Stichprobengrößen in beiden Gruppen gleich sein.
 - Bei gepaarten Stichproben hat der gepaarte t-Test in der Regel eine grössere Macht als der ungepaarte t-Test.
 - Damit man testen kann, ob sich zwei gepaarte Stichproben unterscheiden, brauchen diese jeweils die gleiche Varianz.
8. Wir führen einen gepaarten t-Test mit den Daten aus Aufgabe 7 auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 5\%$ durch.
- Wir wollen den t-Test so einrichten, dass eine Ecstasy-Erhöhung in Zürich mit möglichst grosser Macht festgestellt werden kann. Am besten verwendet man die Hypothesen $H_0 : \mu_D = 0, H_A : \mu_D > 0$, da die Macht so am grössten ist.
 - Der beobachtete Wert der Teststatistik ist $\sqrt{6} \cdot 0.61/1.41$.
 - Unter H_0 folgt die Teststatistik einer t_6 Verteilung.
 - Angenommen, das 95% Vertrauensintervall für μ_D ist $(-1.65, \infty]$. Somit wird die Nullhypothese verworfen.

9. Beurteilen Sie folgende Aussagen.

- a) Wir haben einen z-Test durchgeführt, doch leider kein signifikantes Ergebnis erhalten. Der entsprechende t-Test hat einen grösseren Verwerfungsbereich.
- b) Angenommen ein t-Test liefert einen P-Wert, der es uns erlaubt, die Nullhypothese auf dem 1% Signifikanzniveau zu verwerfen. Wir können die Nullhypothese also auch auf dem 5% Signifikanzniveau verwerfen.
- c) Ein exaktes zweiseitiges 95% Vertrauensintervall für μ_D aus Aufgabe (7) ist $[0.61 \pm 1.96 \cdot 1.41 \cdot \sqrt{7}]$.
- d) Bei einem ungepaarten t-Test ($H_0 : \mu = 3, H_A : \mu \neq 3$, 16 Beobachtungen insgesamt) ist der beobachtete Wert der Teststatistik 2.10. Dann ist der P-Wert etwa 10%.

10. Welche der folgenden Aussagen ist richtig und welche ist falsch?

- a) Ein zweiseitiges 99%-Vertrauensintervall ist immer breiter als ein zweiseitiges 95%-Vertrauensintervall.
- b) Angenommen das 95%-Vertrauensintervall für μ_d ist $[18.6, 34.2]$. Der entsprechende t-Test ($H_0 : \mu_d = 20, H_A : \mu_d \neq 20$) würde auf dem 5% Signifikanzniveau die Nullhypothese verwerfen.
- c) Wir führen ein Experiment mit 10 Personen durch und erhalten beim entsprechenden Test einen P-Wert von 0.173. Falls wir das Experiment mit anderen 10 Personen wiederholen, dann wird der P-Wert immer grösser als 5% bleiben (der erste Test hat ja gezeigt, dass wir H_0 nicht verwerfen können).
- d) Der t-Test ist sehr generell gehalten und kann somit auch auf Daten angewendet werden, bei denen man die Standardabweichung nicht kennt (d.h. schätzen muss) und welche nicht normalverteilt sind.

III. Lineare Regression

11. Der Grossbauer Alfred notiert für jedes seiner Karottenfelder den Ertrag der Karotten in Kilogramm pro Quadratmeter und die verwendete Düngermenge in Liter pro Quadratmeter. Alfred hat herausgefunden, dass sich der Ertrag eines Karottenfeldes mit Dünger erhöhen lässt. Er versucht deshalb den Ertrag für seine Felder durch eine lineare Regression zu beschreiben. Folgendes Modell wird angepasst:

$$\text{ertrag}_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot \text{duenger}_i + \varepsilon_i, \quad \varepsilon_i \stackrel{\text{iid}}{\sim} \mathcal{N}(0, \sigma^2).$$

Der (unvollständige) Regressionsoutput sieht wie folgt aus:

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-0.9987	-0.4433	0.0016	0.4383	0.9581

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	0.304	0.213	???	???
duenger	???	0.172	8.37	5.2e-11 ***

0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.544 on 49 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.589, Adjusted R-squared: 0.58

F-statistic: 70.1 on 1 and 49 DF, p-value: 5.19e-11

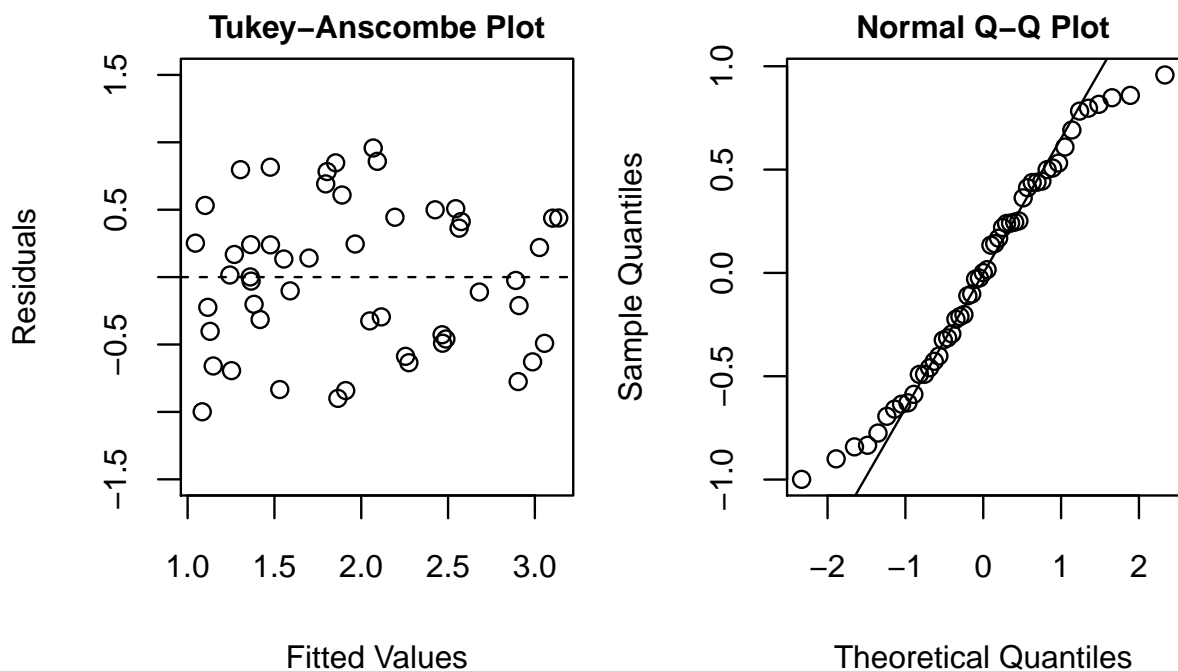
Betrachten Sie die folgenden Aussagen.

- Es wurden die Daten von 49 Karottenfeldern in der obigen Regression verwendet.
- $H_0 : \beta_0 = 0$ wird auf dem 5%-Niveau verworfen.
- Die Schätzung von $\hat{\beta}_1$ ist 1.35.
- Angenommen, $\hat{\beta}_1 = 1.35$ Ein exaktes zweiseitiges 95%-Vertrauensintervall für β_1 ist $[-1.23, 1.67]$.
(Das entsprechende Quantil ist 2.01).

12. Mit Hilfe des geschätzten Modell aus Aufgabe 11 wollen wir nun Vorhersagen machen. Nehmen Sie für diese Aufgabe an, dass $\hat{\beta}_0 = 0.304$ und $\hat{\beta}_1 = 0.83$. Welche der folgenden Aussagen ist wahr und welche ist falsch?

- Wenn man $1.5 \frac{l}{m^2}$ Dünger ausbringt, sagt unser Modell einen erwarteten Ertrag von etwa $1.5 \frac{kg}{m^2}$ vorher (auf eine Nachkommastelle gerundet).
- Wenn man die Düngermenge (in $\frac{l}{m^2}$) um eine Einheit erhöht, erhöht sich der erwartete Ertrag um etwa $0.8 \frac{kg}{m^2}$ (auf eine Nachkommastelle gerundet).
- Ein 95%-Vertrauensintervall für den erwarteten Ertrag bei einer Düngermenge von $1.5 \frac{l}{m^2}$ ist $[1.46, 1.65]$ (in $\frac{kg}{m^2}$). Wenn man also auf einem Acker eine Düngermenge von $1.5 \frac{l}{m^2}$ ausbringt, wird der Ertrag mit 95% Wahrscheinlichkeit zwischen $1.46 \frac{kg}{m^2}$ und $1.65 \frac{kg}{m^2}$ sein.
- Das 95%-Vorhersageintervall für einen Ertrag ist in der Regel kleiner als das 95%-Vertrauensintervall für den erwarteten Ertrag bei gleicher Düngermenge.

13. Betrachten Sie die nachfolgenden Plots, die die Residuen aus dem Regressionsmodell der Aufgabe 11 zeigen.



Welche der folgenden Aussagen treffen zu?

- Wenn man im Modell als erklärende Variable $duenger^2$ statt $duenger$ verwendet hätte, könnte man das Modell nicht mehr mit der linearen Regression schätzen.
- Die Annahme der konstanten Fehlervarianz ist erfüllt.
- Die Normalverteilungsannahme ist an den Rändern der Verteilung verletzt.
- Es gibt systematische Abweichungen vom Modell. Man sollte daher lieber eine Parabel statt einer Geraden anpassen.

IV. Gemischte Fragen

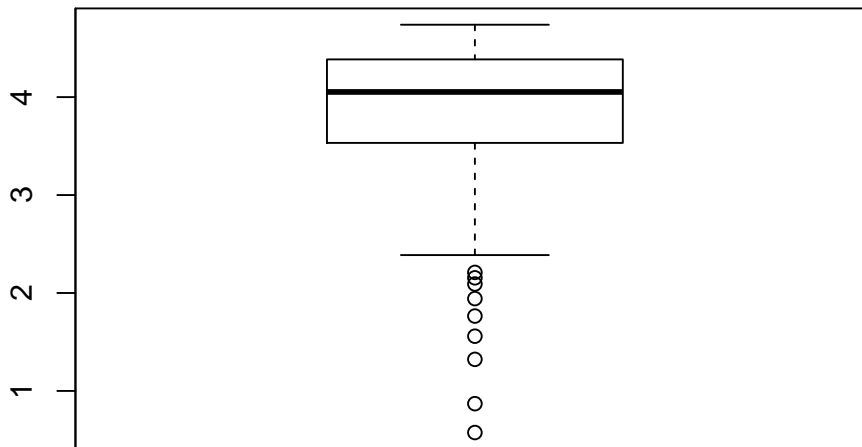
14. Beurteilen Sie die folgenden Aussagen.

- a) Wenn $P(A) = 0.7$, $P(B) = 0.5$ und $P(A \cap B) = 0.3$, dann gilt $P(A \cup B) = 0.9$.
- b) Wenn $odds(A) = 4$, dann ist $P(A) = 0.8$.
- c) Wenn $X \sim \mathcal{N}(3, 8)$, dann ist $P(X \leq 3) = 0.5$.
- d) A und B sind unabhängig. Wenn $P(A) = 0.1$ und $P(B) = 0.6$, dann gilt $P(A \cap B) = 0.06$.

15. Beurteilen Sie die folgenden Aussagen.

- a) Sei $E(X) = 5$ und $E(Y) = 2$, wobei X und Y unabhängig sind. Dann ist $E[3X - Y - 3] = 10$.
- b) Sei $Var(X) = 5$ und $Var(Y) = 2$, wobei X und Y unabhängig sind. Dann ist $Var(3X - Y - 3) = 44$.
- c) Angenommen $P(A)/P(B) = 0.7$. Dann gilt $P(A|B) < P(B|A)$.
- d) Wenn man den medizinischen Test XY auf eine kranke Person anwendet, ist das Ergebnis mit 90% Wahrscheinlichkeit positiv. Bei Herr Müller wurde der Test angewendet und hat ein positives Ergebnis geliefert. Also ist Herr Müller mit 90% Wahrscheinlichkeit krank.

16. Betrachten Sie den nachfolgenden Boxplot.



Welche der folgenden Aussagen treffen zu?

- a) Der Median ist etwa bei 4.
- b) 75% der Daten sind grösser als 3.5.
- c) Die Daten sind symmetrisch um den Median verteilt.
- d) Wenn man in den Daten den grössten Wert durch den Wert 1000 ersetzt, bleibt der Median unverändert.

17. Welche der folgenden Aussagen sind wahr, welche sind falsch?

- a) $F(x)$ ist die kumulative Verteilungsfunktion einer Zufallsvariable. Dann gilt $F(5) > F(3)$.
- b) Ein Passagierschiff hat 50 Plätze. Nehmen wir an, das Gewicht einer Person ist im Mittel 70 kg mit einer Standardabweichung von 7 kg. Zudem nehmen wir an, dass die Gewichte der Passagiere unabhängig voneinander sind. Die Wahrscheinlichkeit, dass das Gesamtgewicht der Passagiere 3650 kg überschreitet, ist kleiner als 1%.
- c) In einer Studie werden 100 zufällig ausgewählte Patienten gewogen. Die Standardabweichung des Körpergewichts wird dabei als 7 kg geschätzt. Angenommen, man hätte 400 Patienten ausgewählt und gewogen (statt nur 100). Dann wäre die Standardabweichung des Körpergewichts wegen des $\sqrt{(n)}$ -Gesetzes nur etwa 3.5 kg.
- d) Der P-Wert ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Nullhypothese stimmt.

18. Beurteilen Sie die folgenden Aussagen.

a) Sei $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ verteilt mit $\mu = 3$ und $\sigma^2 = 5$. Dann ist

$$Y = \frac{X - 3}{5} \sim \mathcal{N}(0, 1).$$

b) Eine Zufallsvariable X hat die Dichtefunktion

$$f_X(x) = \begin{cases} 0.4 & -1 \leq x < 0 \\ 0.2 & 0 \leq x < 3 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}.$$

Dann $P(X \leq 2) = 0.8$.

- c) Die Korrelation zwischen den Zufallsvariablen X und Y wird auf null geschätzt. Daher gibt es keinen nennenswerten Zusammenhang zwischen X und Y .
- d) In einer Urne sind zwei schwarze und drei weiße Kugeln. Es werden zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen. Die Wahrscheinlichkeit, dass beide gezogenen Kugeln weiss sind ist etwa 10%.

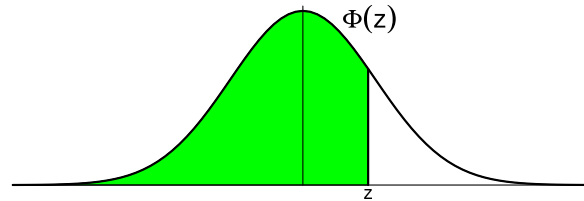
19. Sei X eine stetige Zufallsvariable mit kumulativer Verteilungsfunktion $F(x)$.

- a) $P(X \leq a) = 1 - P(X > a)$.
- b) Wenn X standard-normalverteilt ist, dann gilt $P(X < -c) = P(X > c)$.
- c) Das 95%-Quantil von X ($q_{0.95}$) erfüllt die Gleichung: $q_{0.95} = F^{-1}(0.05)$.
- d) Die kumulative Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung hat die Form $F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp -x^2/2$.

20. Beurteilen Sie die folgenden Aussagen.

- a) Angenommen, ein Experiment wird 100 mal wiederholt (unabhängige Wiederholungen). Wir testen die Nullhypothese in jedem Experiment auf dem Signifikanzniveau 5%. Angenommen, die Nullhypothese ist in Wirklichkeit in jedem Experiment korrekt. Dann erwarten wir, dass 5 von 100 Tests die Nullhypothese verwerfen.
- b) Angenommen, wir schätzen das lineare Modell $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1,i} + \beta_2 x_{2,i}$ mit der Methode der kleinsten Quadrate und erhalten $\beta_1 = 1.43$. Wenn man das Modell nochmal anpasst aber dieses mal die Variable x_2 weglässt (also $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1,i}$), wird β_1 den gleichen Wert haben (also $\beta_1 = 1.43$).
- c) Bei einem Binomialtest wurde das 95%-Vertrauensintervall für die Erfolgswahrscheinlichkeit als $[0.21; 0.44]$ bestimmt. Die Nullhypothese $H_0 : p = 0.1$ kann auf dem 5% Niveau verworfen werden.
- d) Angenommen, ein Test kann auf dem 5% Niveau verworfen werden. Dann kann er auch auf dem 1% Niveau verworfen werden.

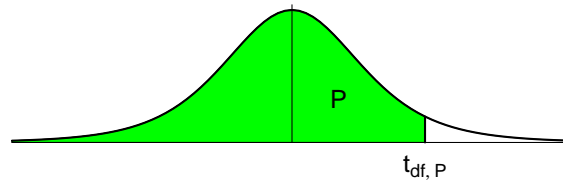
Tabelle der Kumulativen Normalverteilung $\Phi(z) = P[Z \leq z]$, $Z \sim \mathcal{N}(0, 1)$



Bsp.: $P[Z \leq 1.96] = 0.975$

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998

Perzentile der t-Verteilung



Bsp.: $t_{9; 0.975} = 2.262$

df	$t_{0.60}$	$t_{0.70}$	$t_{0.80}$	$t_{0.90}$	$t_{0.95}$	$t_{0.975}$	$t_{0.99}$	$t_{0.995}$
1	0.325	0.727	1.376	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	0.289	0.617	1.061	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	0.277	0.584	0.978	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	0.271	0.569	0.941	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	0.267	0.559	0.920	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	0.265	0.553	0.906	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	0.263	0.549	0.896	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	0.262	0.546	0.889	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	0.261	0.543	0.883	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	0.260	0.542	0.879	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	0.260	0.540	0.876	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	0.259	0.539	0.873	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	0.259	0.538	0.870	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	0.258	0.537	0.868	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	0.258	0.536	0.866	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	0.258	0.535	0.865	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	0.257	0.534	0.863	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	0.257	0.534	0.862	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	0.257	0.533	0.861	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	0.257	0.533	0.860	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	0.257	0.532	0.859	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	0.256	0.532	0.858	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	0.256	0.532	0.858	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	0.256	0.531	0.857	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	0.256	0.531	0.856	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	0.256	0.531	0.856	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	0.256	0.531	0.855	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	0.256	0.530	0.855	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	0.256	0.530	0.854	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	0.256	0.530	0.854	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
31	0.255	0.530	0.853	1.309	1.696	2.040	2.452	2.744
32	0.255	0.530	0.853	1.309	1.694	2.037	2.449	2.738
33	0.255	0.530	0.853	1.308	1.693	2.035	2.445	2.733
34	0.255	0.529	0.852	1.307	1.691	2.032	2.441	2.728
35	0.255	0.529	0.852	1.306	1.690	2.030	2.438	2.724
40	0.255	0.529	0.851	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
60	0.254	0.527	0.848	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
90	0.254	0.526	0.846	1.291	1.662	1.987	2.368	2.632
120	0.254	0.526	0.845	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617
∞	0.253	0.524	0.842	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576