# MLE für ARMA(p,q) mit allg. Innovationen

<u>Ann:</u> $\varepsilon_t$'s i.i.d. $\sim f_\varepsilon(x)dx$ , $E[\varepsilon_t]=0$

gemeinsame Dichte von $X_1, \dots, X_n$

$$f(x_1,\dots,x_n) = f(x_n \mid x_1,\dots,x_{n-1})\, f(x_1,\dots,x_{n-1})$$

$$= \dots$$

$$= f(x_n \mid x_1,\dots,x_{n-1}) \cdot f(x_{n-1} \mid x_1,\dots,x_{n-2}) \cdot \dots$$

$$\cdot f(x_{p+1} \mid x_1,\dots,x_p) \cdot f(x_1,\dots,x_p)$$

in ARMA(p,q):

Vert. von $X_t$ gegeben $X_{t-1}, X_{t-2}, \dots$

Dichte $f(x_t \mid x_{t-1}, x_{t-2}, \dots)$

$$= f_\varepsilon\Big( x_t - \sum_{j=1}^{p} \phi_j x_{t-j} - \sum_{k=1}^{q} \theta_k \varepsilon_{t-k} \Big)$$

$$\mathbb{P}[X_t \le x_t \mid X_{t-1}, \dots] = \mathbb{P}\Big[\varepsilon_t \le x_t - \sum_{j=1}^{p} \phi_j X_{t-j} - \sum_{k=1}^{q} \theta_k \varepsilon_{t-k}\Big]$$

Bis auf Randeffekte, d.h.

Startwerte $\varepsilon_p, \dots, \varepsilon_{p-q+1}$

- log - likelihood gegeben $X_1, \dots, X_p$

$\varepsilon_p, \dots, \varepsilon_{p-q+1}$ :

$$- \sum_{t=p+1}^{n} \log \left( f_{\varepsilon,\gamma} \left( X_t - \sum_{j=1}^{p} \phi_j X_{t-j} - \sum_{k=1}^{q} \theta_k \varepsilon_{t-k} \right) \right)$$

$\rightsquigarrow$ minimieren bzgl. $\phi_1, \dots, \phi_p$

$\theta_1, \dots, \theta_q$

evtl. $\gamma$

"optim"