

3sp. Bremswege von 10 Testfahrzeugen mit je 2 Reifentypen

i	Typ A	Typ B	Differenz
1	44.5	44.9	0.4
2	55.0	54.8	-0.2
⋮	⋮	⋮	⋮
10	49.2	50.7	1.5
		mittlere Dif.	2.29

i) Ist Typ A besser als B? \rightarrow 1-seitiger Test

(ii) Besteht Unterschied zwischen Typ A und B? \rightarrow 2-seitiger Test für Differenzen

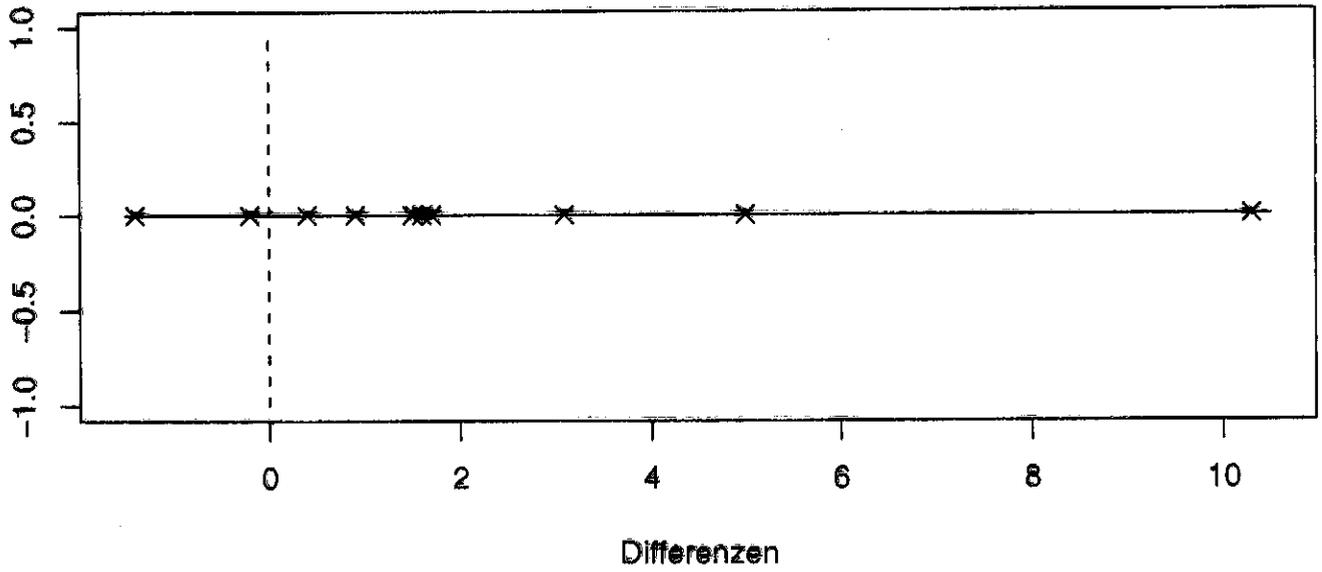
Bei (ii): t-Test nicht signifikant bei $\alpha = 0.05$ P-Wert 0.057

Vorzeichen-Test " " " " 0.1094

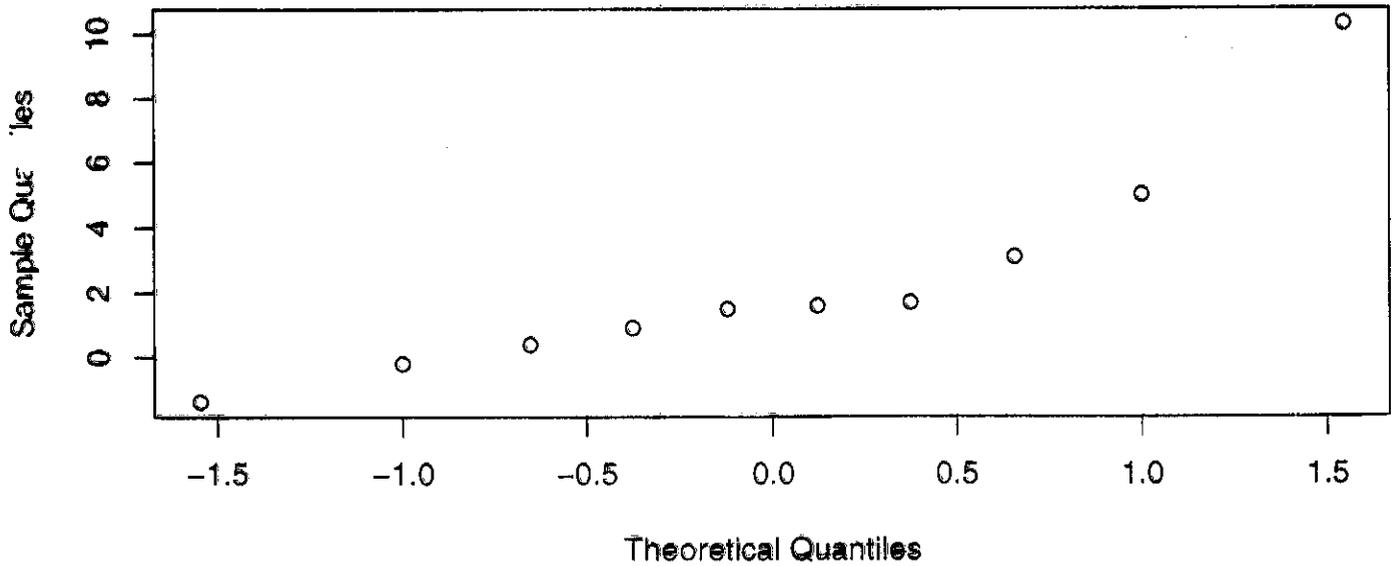
Wilcoxon-Test ist signifikant " " 0.029

H_0 wird beibehalten

Bremsweg-Differenzen von 2 Reifentypen



Normal Q-Q Plot



Kapitel 4

Modelle und Statistik für Messdaten

4.1 Einleitung

In vielen Anwendungen hat man es nicht mit Zähl-, sondern mit Messdaten zu tun, bei denen die Werte im Prinzip kontinuierlich sind. Zur Illustration betrachten wir zwei Datensätze. Beim ersten werden zwei Methoden zur Bestimmung der latenten Schmelzwärme von Eis verglichen. Wiederholte Messungen der freigesetzten Wärme beim Uebergang von Eis bei -0.72°C zu Wasser bei 0°C ergaben die folgenden Werte (in cal/g):

$n = 13$
 $m = 8$

Method A	79.98	80.04	80.02	80.04	80.03	80.03	80.04	79.97	80.05	80.03
Method A	80.02	80.00	80.02							
Method B	80.02	79.94	79.98	79.97	79.97	80.03	79.95	79.97		

Obwohl die Messungen mit der grösstmöglichen Sorgfalt durchgeführt und alle Störeinflüsse ausgeschaltet wurden, variieren die Messungen von Fall zu Fall. Wir werden diese Variationen innerhalb der Messreihen als zufällig modellieren, das heisst wir interpretieren diese Werte als Realisierungen von Zufallsvariablen. Wir werden dann die Frage beantworten, ob die Unterschiede zwischen den Methoden ebenfalls als zufällig angesehen werden können, oder ob ein systematischer Unterschied plausibler ist, der auch in der ganzen Population, d.h. in weiteren Messungen, bestehen bleibt. Im letzteren Fall werden wir dann noch zusätzlich angeben, wie gross der systematische Unterschied etwa ist.

Im zweiten Beispiel wurde bei 11 Individuen die Aggregation von Blutplättchen vor und nach dem Rauchen einer Zigarette gemessen. Die folgenden Daten geben den Anteil aggregierter Blutplättchen (in Prozent) nach einer Stimulation an.

Individuum	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Vorher	25	25	27	44	30	67	53	53	52	60	28
Nachher	27	29	37	56	46	82	57	80	61	59	43

Wieder variieren die Werte in einer nicht vorhersehbaren Art. Diesmal handelt es sich jedoch weniger um Messfehler, sondern um Variation zwischen Individuen (vermutlich gäbe es auch noch eine gewisse Variation beim gleichen Individuum, wenn der Test wiederholt würde). Die Aggregation bei diesen 11 Individuen ist meistens, aber nicht immer nach dem Rauchen höher, und die Fragestellung lautet, ob es sich hier um einen zufälligen Effekt handelt, der auf die spezifische Stichprobe beschränkt ist, oder ob man dieses Resultat

2-Stichproben t-Test (bei gleichen Varianzen)

Teststatistik:

$$T = \frac{\bar{X}_n - \bar{Y}_m}{S_{\text{pool}} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}}$$

$$S_{\text{pool}}^2 = \frac{1}{n+m-2} \left(\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_n)^2 + \sum_{i=1}^m (Y_i - \bar{Y}_m)^2 \right)$$

Schätzung von σ^2

verwerfe H_0 falls

$$|t| > t_{n+m-2; 1-\alpha/2} \quad \text{bei } H_A: \mu_X \neq \mu_Y$$

$$t > t_{n+m-2; 1-\alpha} \quad \text{bei } H_A: \mu_X > \mu_Y$$

$$t < -t_{n+m-2; 1-\alpha} \quad \text{bei } H_A: \mu_X < \mu_Y$$

Ben: falls $n=m$

$$\begin{aligned} S_{\text{pool}}^2 &= \frac{1}{2(n-2)} \left(\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_n)^2 + \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y}_n)^2 \right) \\ &= \frac{1}{2} (\hat{\sigma}_X^2 + \hat{\sigma}_Y^2) \end{aligned}$$

Bsp. 2 Methoden zur Bestimmung der latenten Schmelzwärme von Eis

Methode A: x_1, x_2, \dots, x_{13} (in cal/g)

Methode B: y_1, y_2, \dots, y_8 (" ")

$$\bar{x}_{13} = 80.021$$

$$\bar{y}_8 = 79.979$$

$$s_{\text{pool}}^2 = 7.2 \cdot 10^{-4}$$

$$\rightarrow t = \frac{\bar{x}_{13} - \bar{y}_8}{s_{\text{pool}} \sqrt{\frac{1}{13} + \frac{1}{8}}} = 3.47$$

$$t_{n+m-2; 1-\alpha/2} = t_{19; 0.975} = 2.093$$

$\alpha = 0.05$

da $|t| > t_{19; 0.975}$

\rightarrow verwirte H_0 (bei 2-seitiger Alternative H_A)