z-Test:

Verwerfe H_0 falls

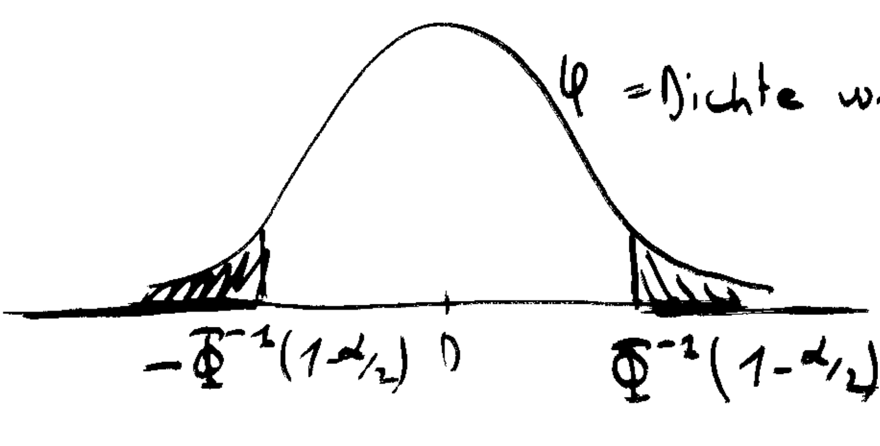
$$|z| = \left| \frac{\bar{x}_n - \mu_0}{\sigma_x/\sqrt{n}} \right| > \Phi^{-1}(1-\alpha/2) \quad \text{für } H_A: \mu \neq \mu_0$$

$$z = \frac{\bar{x}_n - \mu_0}{\sigma_x/\sqrt{n}} < -\Phi^{-1}(1-\alpha) \quad \text{für } H_A: \mu < \mu_0$$

$$z = \frac{\bar{x}_n - \mu_0}{\sigma_x/\sqrt{n}} > \underbrace{\Phi^{-1}(1-\alpha)}_{(1-\alpha)\text{-Q. von } \mathcal{N}(0,1)} \quad \text{für } H_A: \mu > \mu_0$$

Teststatistik

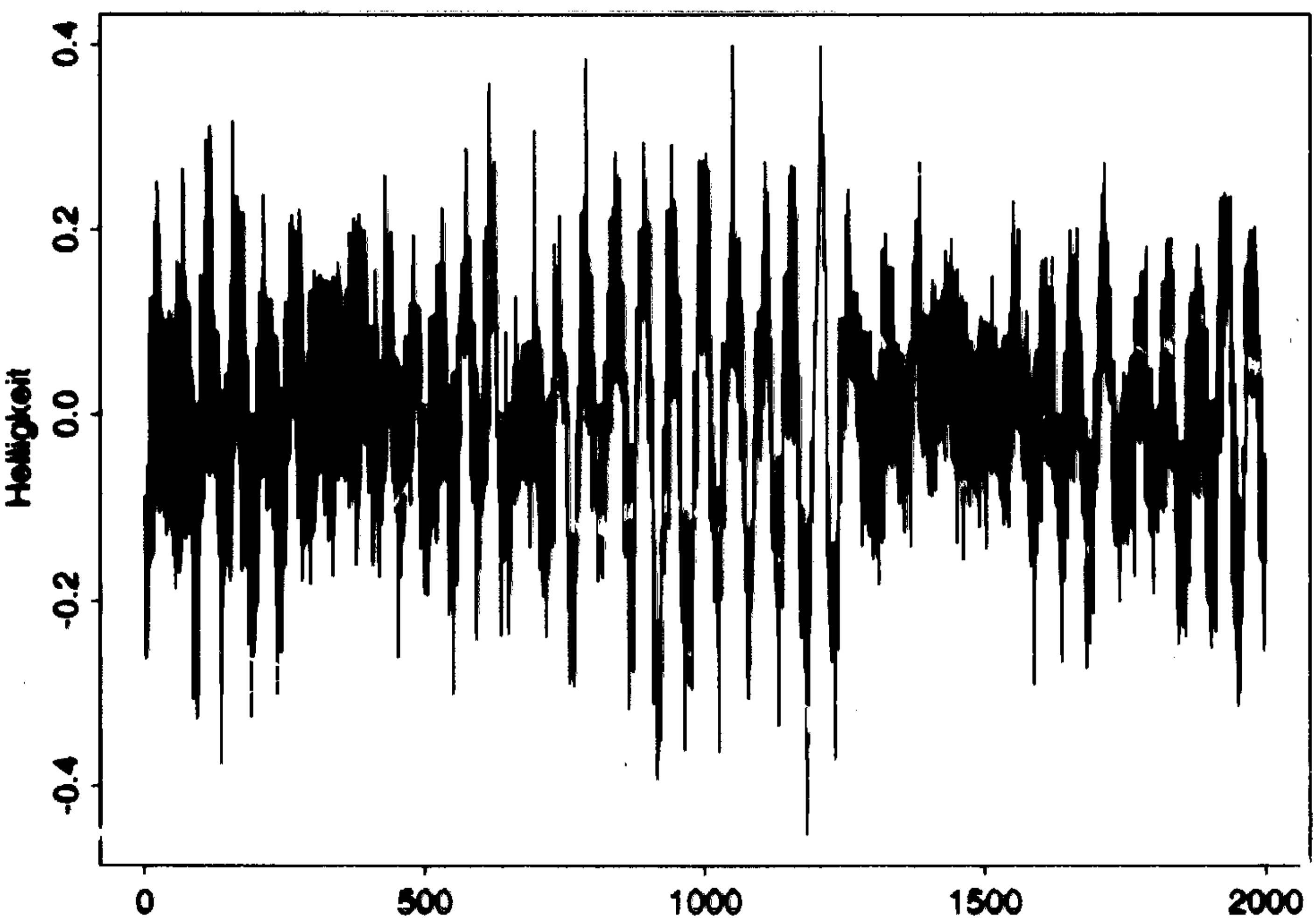
$$Z = \sqrt{n}\,\frac{\bar{X}_n - \mu_0}{\sigma_x} \underset{\text{unter } H_0}{\sim} \mathcal{N}(0,1)$$



φ = Dichte von Z unter H_0

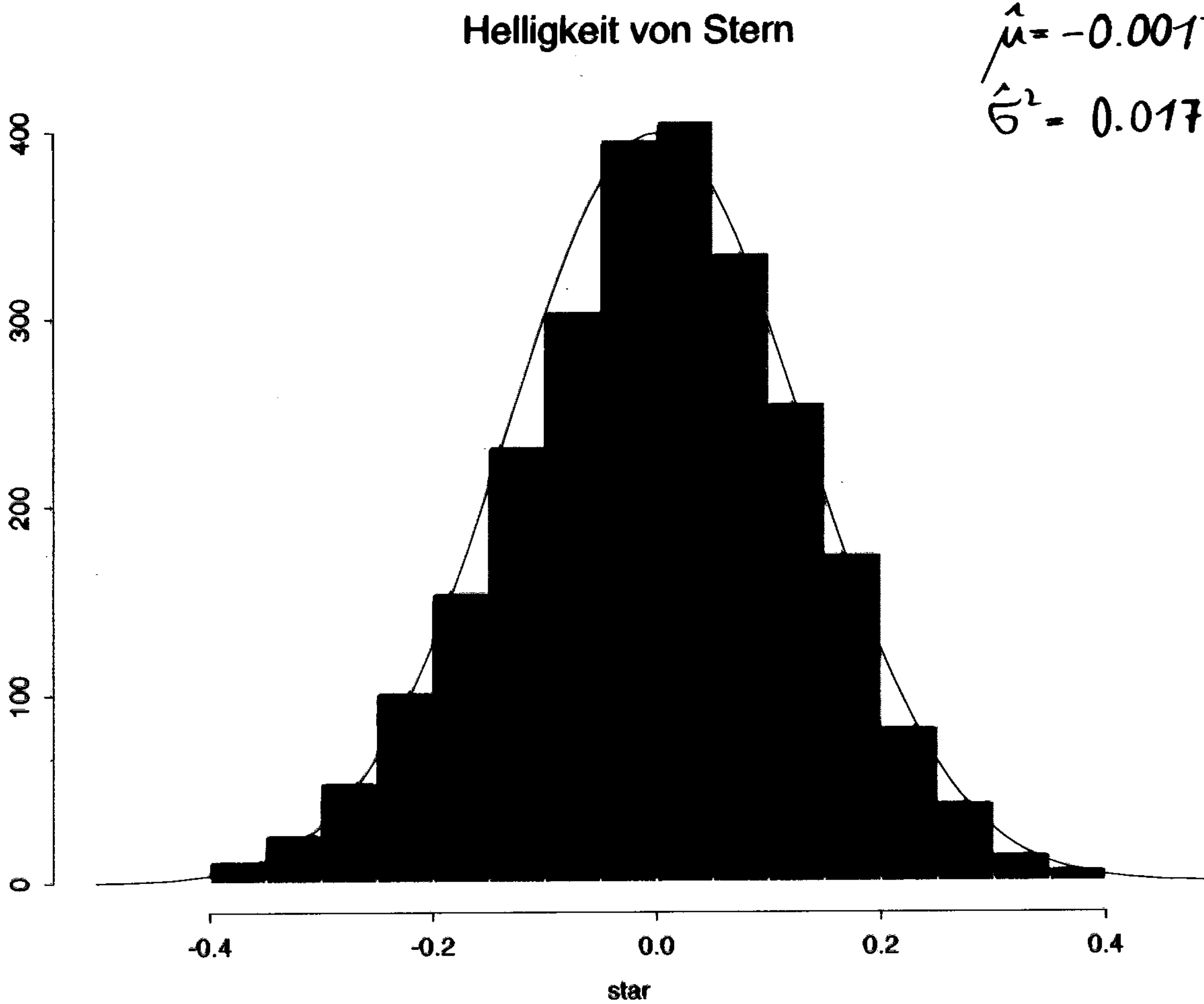
Verwerfungsbereich K

‘White Dwarf’ Stern PG 1159-035



$\hat{\mu} = -0.0017 = \overline{x}_n$

$\hat{\sigma}^2 = 0.0174 = s_n^2$



Bsp: Helligkeit von Stern

$H_0: \mu = \mu_0 = 0$

$H_A: \mu \neq \mu_0 = 0$ (es gibt eine Abweichung vom Sollwert)

$$z = \frac{\overset{0.0017}{\bar{x}_n} - 0}{\underset{0.1319}{\sigma}/\sqrt{2000}} = 0.5764$$

Weil $\Phi^{-1}(1-\alpha/2) \underset{\alpha=0.05}{=} \Phi^{-1}(0.975) = 1.96$

$\rightarrow |z| < \Phi^{-1}(1-\alpha/2)$

$\rightarrow$ H_0 wird belassen

es gibt keine Evidenz, dass Helligkeit vom Sollwert abweicht

t-Test

Voraussetzung: $X_1, X_2, \dots, X_n$ i.i.d. $\sim \mathcal{N}(\mu, \sigma_X^2)$

$H_0: \mu = \mu_0$

$H_A: \mu \overset{>}{\underset{<}{\neq}} \mu_0$

σ_X^2 unbekannt

verwerfe H_0 falls

$$|t| = \left|\sqrt{n}\,\frac{\bar{x}_n - \mu_0}{\hat{\sigma}_X}\right| > t_{n-1;1-\alpha/2} \quad \text{für } H_A: \mu \neq \mu_0$$

$$t = \sqrt{n}\,\frac{\bar{x}_n - \mu_0}{\hat{\sigma}_X} > t_{n-1;1-\alpha} \quad \text{für } H_A: \mu > \mu_0$$

$$t = \sqrt{n}\,\frac{\bar{x}_n - \mu_0}{\hat{\sigma}_X} < -t_{n-1;1-\alpha} \quad \text{für } H_A: \mu < \mu_0$$

Bsp. Blutplättchen-Aggregation

$\mu_0 = 0$, $\bar{x}_n = 10.27$, $\hat{\sigma}_X = 7.98$, $n = 11$

$\rightsquigarrow t = 4.27$

$t_{10;0.975} = 2.23 \qquad t_{10;0.95} = 1.81$

$\Longrightarrow H_0$ wird verworfen

Repetition

Beobachtungen $x_1, x_2, \dots, x_n$ aufgefasst als Realisierungen von $\underline{X_1, X_2, \dots, X_n \text{ i.i.d.} \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)}$

Tests für μ

- falls σ^2 bekannt: **z-Test**

  Teststatistik $Z = \dfrac{\overline{X}_n - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$

- falls σ^2 unbekannt: **t-Test**

  Teststatistik $T = \dfrac{\overline{X}_n - \mu_0}{\widehat{\sigma} / \sqrt{n}}$

für $H_0: \mu = \mu_0$

$H_A: \mu \begin{smallmatrix} > \\ < \\ \neq \end{smallmatrix} \mu_0$

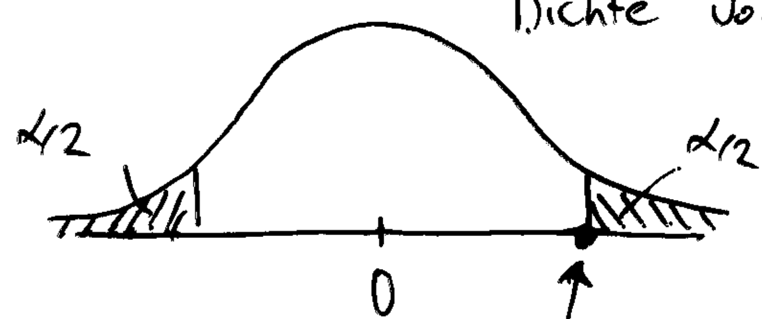
für Verwerfungsbereich des t-Tests:

brauche Verteilung von T <u>unter H_0</u>

<u>Faktum</u>:

unter H_0: $\quad T \sim \underbrace{t_{n-1}}_{\text{langschwänziger als } \mathcal{N}(0,1)}$

Dichte von t_{n-1}-Vert.



<u>$H_A: \mu \neq \mu_0$</u>

$(1-\alpha/2)$-Quantil von t_{n-1}:

$t_{n-1;\,1-\alpha/2}$