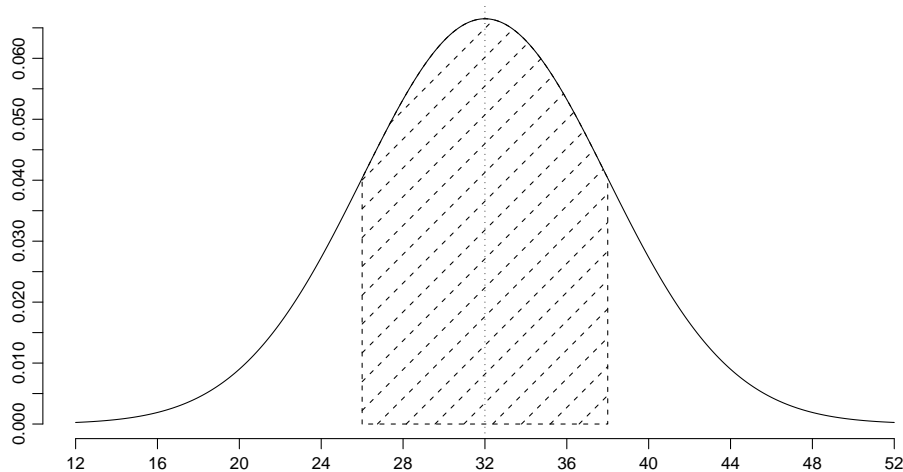


## Musterlösung zur Serie 6

1. a) Skizze:

b)  $X$  bezeichne den Schwermetallgehalt in Kopfsalaten. Es gilt:

$$X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2) \quad \text{mit } \mu = 32 \text{ und } \sigma^2 = 6^2.$$

Ohne Computer geht man aus praktischen Gründen (Tabelle!) normalerweise zur standardisierten Zufallsvariablen  $Z = (X - \mu)/\sigma$  über. Es gilt:  $Z \sim \mathcal{N}(0, 1)$ .

$$P[X \leq 40] = P\left[Z \leq \frac{40 - 32}{6}\right] = P[Z \leq 1.33] = \Phi(1.33) = 0.9082$$

c)

$$P[X \leq 27] = P[Z \leq -0.83] = \Phi(-0.83) = 1 - \Phi(0.83) = 0.2033.$$

d)

$$P[X \leq c] = 0.975 = P\left[Z \leq \frac{c - 32}{6}\right] = \Phi\left(\frac{c - 32}{6}\right).$$

Mit Hilfe der Tabelle findet man  $\Phi(1.96) = 0.975$ . Also muss gelten:

$$\frac{c - 32}{6} = 1.96 \text{ und deshalb } c = 32 + 1.96 * 6 = 43.76$$

e) Aus der Tabelle:  $\Phi(1.28) = 0.9$  und  $\Phi(-1.28) = 1 - 0.9 = 0.1$ . Somit

$$c = 32 - 1.28 * 6 = 24.31$$

f)

$$\Phi(1) - \Phi(-1) = 2 * \Phi(1) - 1 = 2 * 0.8413 - 1 = 0.6826.$$

2. a) Wir betrachten für die  $i$ -te Person die Zufallsvariable  $X_i$ . Es sei  $X_i = 1$  falls die Person etwas kauft und sonst  $X_i = 0$ . Gemäss Aufgabenstellung gilt

$$P[X_i = 1] = 0.3.$$

Mit  $Y$  bezeichnen wir die Anzahl aller Einkäufe, d.h.

$$Y = \sum_{i=1}^{10} X_i.$$

Daher gilt also  $Y \sim \text{Bin}(10, 0.3)$ .

- b) Keine Person kauft etwas:

$$P[Y = 0] = (1 - 0.3)^{10} = 0.7^{10} \approx 0.028.$$

Mindestens 2 Personen kaufen etwas:

$$P[Y \geq 2] = 1 - P[Y < 2] = 1 - P[Y = 0] - P[Y = 1]$$

Es gilt:  $P[Y = 1] = 10 \cdot 0.3 \cdot 0.7^9 \approx 0.121$ . Somit:

$$P[Y \geq 2] \approx 1 - 0.028 - 0.121 \approx 0.85.$$

- c) Approximation durch Normalverteilung:

$$Y \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2),$$

wobei  $\mu = 10 \cdot 0.3 = 3$ ,  $\sigma^2 = 10 \cdot 0.3 \cdot 0.7 = 2.1$ .

Durch standardisieren erhalten wir

$$P[50 \leq Y \leq 60] = P[-1.54 \leq Z \leq 0] = \Phi(0) - \Phi(-1.54) = 0.4382,$$

wobei verwendet wurde, dass  $\Phi(-1.54) = 1 - \Phi(1.54) = 1 - 0.9382 = 0.0618$  (siehe Tabelle).