Dieses Quiz soll Ihnen helfen, Kapitel 2.1 besser zu verstehen.

---

# Auswertung und Lösung

`Abgaben:` 136 / 265

`Maximal erreichte Punktzahl:` 7

`Minimal erreichte Punktzahl:` 3

`Durchschnitt:` 6.40

---

### Frage 1

`Genau die korrekten Antworten: ca. 98% - Keine Antwort: ca. 0%.`

Bei einem Spiel wirft man zwei unterschiedliche Münzen gleichzeitig. Beide Münzen können "Kopf" ($K$) oder "Zahl" ($Z$) zeigen. Wir wollen dieses Spiel nun mit einem Wahrscheinlichkeitsmodell abbilden. Was ist der Grundraum $\Omega$? ($ZK$ bedeutet z.B., dass die eine Münze "Zahl" und die andere Münze "Kopf" zeigt.)

Ca. 2% ○ $\Omega = \{KK, ZK, ZZ\}$

Leider nicht. Da beide Münzen unterschiedlich sind (z.B. eine 1-Franken Münze und eine 2-Franken Münze), sind die Elementarereignisse $ZK$ und $KZ$ unterschiedlich. In dieser falschen Lösung wurde also ein Elementarereignis weggelassen und deshalb ist $\Omega$ nicht der ganze Grundraum.

√ **Ca. 98%** ○ $\Omega = \{KK, ZK, KZ, ZZ\}$

Richtig! Der Grundraum umfasst alle möglichen Elementarereignisse, d.h., alle Ausgänge des Zufallsexperiments (= Werfen von zwei Münzen). Eine Münze kann zwei Werte zeigen; unabhängig davon kann die andere Münze auch zwei Werte zeigen. Insgesamt gibt es also $2 * 2 = 4$ mögliche Elementarereignisse. Alle Elementarereignisse zusammen bilden den Grundraum.

Ca. 0% ○ $\Omega = \{K, Z\}$

Leider nicht. Obiges $\Omega$ beschreibt den Ausgang von einem Münzwurf, aber nicht von zwei Münzwürfen.

### Frage 2

`Genau die korrekten Antworten: ca. 95% - Keine Antwort: ca. 0%.`

Betrachte nun das Ereignis $A = \{ZK, KZ\}$ ("unterschiedliche Ergebnisse auf den beiden Münzen") und das Ereignis $B = \{ZK, KZ, KK\}$ ("mindestens einmal Kopf"). Was ist die Schnittmenge $A \cap B$?

√ **Ca. 95%** ◯ $\{ZK, KZ\}$

Ca. 0% ◯ $\{KK, ZZ\}$

Ca. 0% ◯ $\{ZZ\}$

Ca. 5% ◯ $\{ZK, KZ, KK\}$

### Frage 3

`Genau die korrekten Antworten: ca. 96% - Keine Antwort: ca. 0%.`

Betrachte wieder das Ereignis $A = \{ZK, KZ\}$ ("unterschiedliche Ergebnisse auf den beiden Münzen") und das Ereignis $B = \{ZK, KZ, KK\}$ ("mindestens einmal Kopf"). Was ist die Vereinigung $A \cup B$?

Ca. 1% ◯ $\{ZK\}$

Ca. 2% ◯ $\{KK, ZZ\}$

Ca. 0% ◯ $\{ZZ\}$

√ **Ca. 96%** ◯ $\{ZK, KZ, KK\}$

### Frage 4

`Genau die korrekten Antworten: ca. 89% - Keine Antwort: ca. 0%.`

Betrachte wieder das Ereignis $A = \{ZK, KZ\}$ ("unterschiedliche Ergebnisse auf den beiden Münzen") und das Ereignis $B = \{ZK, KZ, KK\}$ ("mindestens einmal Kopf"). Was ist das Komplement von $A$: $A^c$?

Ca. 0% ◯ $\{ZK\}$

√ **Ca. 89%** ◯ $\{KK, ZZ\}$

Ca. 8% ◯ $\{ZZ\}$

Ca. 3% ◯ $\{ZK, KZ, KK\}$

**Frage 5**

`Genau die korrekten Antworten: ca. 90% - Keine Antwort: ca. 0%.`

Richtig oder falsch: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ gilt immer.

Ca. 10% ◯ Diese Aussage ist richtig.

Leider nicht.

√ **Ca. 90%** ◯ Diese Aussage ist falsch.

Richtig!

Die Aussage stimmt nur dann, wenn die Schnittmenge $A \cap B$ leer ist (3. Axiom von Kolmogorov). Allgemein gilt $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$. Können Sie die allgemeine Regel mit einem Venn-Diagramm nachvollziehen?

**Frage 6**

`Genau die korrekten Antworten: ca. 90% - Keine Antwort: ca. 0%.`

In obigem Beispiel mit den Münzwürfen ist jedes Elementarereignis gleich wahrscheinlich (weil es sich um faire Münzen handelt). Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Ereignis "$B$: mindestens einmal Kopf" eintritt?

√ **Ca. 90%** ◯ $P(B) = \frac{3}{4}$

Richtig!

Ca. 10% ◯ $P(B) = \frac{1}{4}$

Leider nicht.

Das Ereignis $B$ besteht aus folgenden Elementarereignissen: $B = \{ZK, KZ, KK\}$. Es gibt also drei Elementarereignisse, bei denen das Ereignis $B$ eintritt ("Anzahl günstige Fälle"). Der Grundraum besteht insgesamt aus vier Elementarereignissen ("Anzahl mögliche Fälle"). Weil alle Elementarereignisse gleich wahrscheinlich sind, ergibt das Verhältnis "Anzahl günstige Fälle/Anzahl mögliche Fälle" die Wahrscheinlichkeit, dass $B$ eintritt.

### Frage 7

`Genau die korrekten Antworten: ca. 82% - Keine Antwort: ca. 0%.`

Mit dem Computer habe ich eine Ziffer $Z$ aus der Menge $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ gezogen. Der Grundraum ist in diesem Fall ganz einfach: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Ich habe beim Computer eingestellt, dass die Ziffern mit folgenden Wahrscheinlichkeiten gezogen werden: $P(Z = 1) = 0.1$, $P(Z = 2) = 0.2$, $P(Z = 3) = 0.1$, $P(Z = 4) = 0.3$ und $P(Z = 5) = 0.3$ (beachten Sie, dass die Summe eins gibt, wie es das zweite Axiom von Kolmogorov verlangt). Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, eine gerade Zahl zu ziehen?

Ca. 18% ○ $\frac{2}{5}$

Leider nicht. Wenn alle Ziffern mit der gleichen Wahrscheinlichkeit gezogen würden, könnte man die Anzahl günstiger Fälle durch die Anzahl möglicher Fälle teilen und käme auf $\frac{2}{5}$. In dieser Aufgabe sind die Elementarereignisse aber **nicht** gleich wahrscheinlich. Daher kann man die Regel "günstige Fälle/mögliche Fälle" nicht anwenden. Anstelle dieser Regel muss man die Wahrscheinlichkeiten aller günstigen Elementarereignisse zusammenzählen.

√ **Ca. 82%** ○ $\frac{1}{2}$

Richtig. Man muss die Wahrscheinlichkeiten aller "günstigen" Elementarereignisse zusammenzählen: $P(\text{"gerade Zahl"}) = P(Z = 2) + P(Z = 4) = 0.2 + 0.3 = 0.5$. (Beachten Sie, dass die Regel "günstige Fälle/mögliche Fälle" hier nicht angewendet werden kann, weil nicht alle Elementarereignisse gleiche Wahrscheinlichkeit haben.)