Wdh & Korrektur: Einstichproben t-Test

$H_0: \mu = \mu_0$; $T = \dfrac{\overline{X}_n - \mu_0}{\hat{\sigma}_x / \sqrt{n}}$; falls H_0 stimmt: $T \sim t_{n-1}$

1) Verwerfungsbereich: Teil des Hypothesentests; enthält unplausible Werte der Teststatistik, falls H_0 stimmt

$H_A: \mu \neq \mu_0$: $K = (-\infty; -t_{n-1;1-\frac{\alpha}{2}}] \cup [t_{n-1;1-\frac{\alpha}{2}}; \infty)$

$H_A: \mu < \mu_0$: $K = (-\infty; -t_{n-1;1-\alpha}]$

$H_A: \mu > \mu_0$: $K = [t_{n-1;1-\alpha}; \infty)$

2) Vertrauensintervall:

- Enthält plausible Werte für μ, falls Daten vorhanden sind
- Enthält alle Werte von μ, bei denen ein Hypothesentest mit den beobachteten Daten nicht verwirft.

$H_A: \mu \neq \mu_0$: $VI = [\overline{x}_n - t_{n-1;1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\hat{\sigma}_x}{\sqrt{n}}; \overline{x} + t_{n-1;1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\hat{\sigma}_x}{\sqrt{n}}]$

$$\left.\begin{array}{l} H_A: \mu < \mu_0 : VI = (-\infty; \overline{x} + t_{n-1;1-\alpha} \cdot \frac{\hat{\sigma}_x}{\sqrt{n}}] \\ H_A: \mu > \mu_0 : VI = [\overline{x}_n - t_{n-1;1-\alpha} \cdot \frac{\hat{\sigma}_x}{\sqrt{n}}; \infty) \end{array}\right\} \text{Korrektur zu S. 70}$$

Begründung: Angenommen $H_A: \mu < \mu_0$

H_0 wird beibehalten, falls beobachteter Wert der Teststatistik t nicht im Verwerfungsbereich liegt.

D.h., H_0 wird angenommen, falls

$$t \notin K \iff t > -t_{n-1;1-\alpha}$$

$$\iff \frac{\bar{x}_n - \mu_0}{\hat{\sigma}_x / \sqrt{n}} > -t_{n-1;1-\alpha} \quad (*)$$

Angenommen, wir haben $\bar{x}_n$, $\hat{\sigma}_x$ gemessen; für welche Werte von μ_0 würde $H_0: \mu = \mu_0$ angenommen werden?

$\Rightarrow$ Für alle Werte μ_0, die $(*)$ erfüllen.

$$\frac{\bar{x}_n - \mu_0}{\hat{\sigma}_x / \sqrt{n}} > -t_{n-1;1-\alpha} \iff \mu_0 < \bar{x}_n + t_{n-1;1-\alpha} \cdot \frac{\hat{\sigma}_x}{\sqrt{n}}$$

$$\Rightarrow VI = \left(-\infty; \bar{x}_n + t_{n-1;1-\alpha} \cdot \frac{\hat{\sigma}_x}{\sqrt{n}}\right]$$