

Ungepaarter t-Test

(7)

Aktivität Gen 1

Gruppe Typ 1: $x_1 = 2,1; x_2 = 1,3; x_3 = 1,9; x_4 = 1,2; x_5 = 1,4; n = 5$

Gruppe Typ 2: $y_1 = 1,9; y_2 = 2,5; y_3 = 2,4; y_4 = 2,9; m = 4$

$$\bar{x} = 1,58; \bar{y} = 2,43; \hat{\sigma}_x = 0,40; \hat{\sigma}_y = 0,41$$

1) Modell: $X_1, \dots, X_n \sim \mathcal{N}(\mu_x, \sigma^2)$ iid

$Y_1, \dots, Y_m \sim \mathcal{N}(\mu_y, \sigma^2)$ iid

2) $H_0: \mu_x = \mu_y; H_A: \mu_x \neq \mu_y$ (oder einseitig)

3) Teststatistik:

$$T = \frac{(\bar{X}_n - \bar{Y}_m) - (\mu_x - \mu_y)}{\hat{\sigma}(\bar{X}_n - \bar{Y}_m)} = \frac{(\bar{X}_n - \bar{Y}_m)}{\hat{\sigma}(\bar{X}_n - \bar{Y}_m)}$$

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}(\bar{X}_n - \bar{Y}_m) &= S_{\text{pool}} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}} = \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}} \sqrt{\frac{1}{n+m-2} \left(\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 + \sum_{i=1}^m (y_i - \bar{y})^2 \right)} \\ &= \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}} \sqrt{\frac{(n-1)\hat{\sigma}_x^2 + (m-1)\hat{\sigma}_y^2}{n+m-2}} = \\ &= \sqrt{\frac{1}{5} + \frac{1}{4}} \cdot \sqrt{\frac{(5-1) \cdot 0,40^2 + (4-1) \cdot 0,41^2}{5+4-2}} \approx 0,27 \end{aligned}$$

4) $\alpha = 0,05$ Falls H_0 stimmt: $T \sim t_{n+m-2}$

(Ergebnis stimmt immer noch ungefähr)

5) Verwerfungsbereich:

$$\begin{aligned} K &= (-\infty; t_{n+m-2; 1-\frac{\alpha}{2}}] \cup [t_{n+m-2; 1-\frac{\alpha}{2}}; \infty) \approx \\ &\approx (-\infty; -2,26] \cup [2,26; \infty) \quad (\text{oder einseitig}) \end{aligned}$$

6) Testentscheid: $t = \frac{1,58 - 2,43}{0,27} \approx -3,15 \in K$

$\Rightarrow H_0$ wird auf 5% Sign.niveau verworfen

Gen 1 ist bei Tumor Typ 1 schwächer aktiv.